WYCENA NR 3 (96) 2011, wydane przez EDUCATERRA s.15-19

Modelowanie cen na rynku nieruchomości w warunkach nieciągłości

Mirosław Bełej[a], Sławomir Kulesza[b]

[a] Wydział Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
[b] Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

1. Wprowadzenie

Rynek nieruchomości w ostatniej dekadzie podlegał wielkim fluktuacjom, zarówno w Polsce, jak i na świecie. W tak krótkim okresie mieliśmy do czynienia z gwałtownymi wahaniami cen o charakterze dodatnim (*np. wzrost cen nieruchomości w Polsce w 2006 roku na poziomie 100% rocznie*), jak również o charakterze ujemnym (*tzw. kryzys hipoteczny w USA*). W analizowanej zmienności rynku nieruchomości, definiowanej przez zmienność cen, intrygującą kwestią jest przyczynowość i forma zmiany istniejącej tendencji, czyli wyjaśnienie kwestii, czy mamy do czynienia z kolejną fazą cyklu koniunkturalnego, która następuje przez płynne, ewolucyjne procesy transformacyjne, czy też raczej ze skokową zmianą na rynku nieruchomości spowodowaną poszukiwaniem jego nowego stanu równowagi?

Dynamiczne zmiany cen zdarzają się na rynkach lokalnych i nie są niczym niezwykłym patrząc w perspektywie historycznej, a uwarunkowane są zarówno czynnikami zewnętrznymi (*zmiany ustrojowe, zmiany struktury własności, zmiany prawa, zmiana czynników makroekonomicznych*), jak również wewnętrznymi (*lokalne zmiany infrastruktury, zmiany planów zagospodarowania przestrzennego*). W badaniach rynku nieruchomości istnieje szereg metod właściwych do opisu poszczególnych faz tego procesu, zasadniczą jednak trudność stanowi zawsze określenie momentu przejścia, z jednej fazy do drugiej i opis następującego po nim procesu równoważenia rynku, czyli modelowania zjawisk polegających na utracie stabilności przez układ i przechodzenia do nowego stanu stabilnego.

Autorzy przyjęli założenie, że część zjawisk na rynku nieruchomości można próbować wyjaśniać, za pomocą teorii przejść nieciągłych, zwanej również teorią morfogenezy lub teorią katastrof. Teoria ta pozwala na łączenia niewielkich ciągłych zmian parametrów układu z silnymi nieciągłymi zmianami. Praca ma charakter wprowadzenia do dyskusji naukowej na temat poszukiwania tzw. „nieciągłości" na lokalnym rynku nieruchomości oraz rozważań dotyczących możliwości zastosowania przedstawianej teorii.

2. Teoria przejść nieciągłych

Powszechnie znaną cechą rynku nieruchomości jest mała płynność nieruchomości jako towaru, przez co proces zmian cen nieruchomości dokonuje się raczej powoli (w skali wielu lat) niż poprzez nagłe skoki, następujące w przeciągu kilku dni lub tygodni. Pojawia się w związku z tym pytanie, czy możliwe jest w takich warunkach zaobserwowanie zjawisk charakterystycznych dla układów niestabilnych strukturalnie, które pod wpływem skończenie małej zmiany parametrów kontrolnych doznają gwałtownej (quasi-skokowej) zmiany swojego stanu. Wydaje się, iż odpowiedź na to pytanie jest pozytywna, gdyż według Gutenbauma (2003) to, co w teorii przejść nieciągłych traktuje się, jako skokową zmianę, w rzeczywistości wymaga określonego czasu. W teorii tej nie analizuje się, więc samej dynamiki zmian układu, co raczej bada się proces ewolucji jego stanów równowagi.

W teorii przejść nieciągłych przyjmuje się, że zachowanie badanego układu uwarunkowane jest postacią gładkiej (różniczkowalnej) funkcji $f:R^k \times R^n \rightarrow R$, która każdemu zestawowi k-parametrów kontrolnych oraz n-zmiennych stanu przypisuje pewną liczbę rzeczywistą zwaną potencjałem. W zależności od wartości liczb n oraz k wyróżniamy 7 podstawowych typów katastrof. W 1-wymiarowej przestrzeni stanów są to tzw. kaspoidy: fałda (fold, k = 1), szpic (cusp, k = 2), jaskółczy ogon (swallowtail, k = 3) i motyl (butterfly, k = 4), zaś w przestrzeni 2-wymiarowej są to tzw. umbiliki: hiperboliczna (k = 3), eliptyczna (k = 3) i paraboliczna (k = 4).

Spośród wszystkich wymienionych katastrof szczególne znaczenie ma katastrofa typu szpica (cusp), w której jednowymiarowa zmienna stanu x parametryzowana jest przez dwa czynniki kontrolne a oraz b, zaś funkcja potencjalna ma postać:

$$f\ \ a,b,x\ \ = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}bx^2 + ax$$

Zbiór wszystkich stanów równowagi układu tworzy gładką powierzchnię spełniającą warunek optymalizacyjny:

$$\frac{\partial f\ \ a,b,x}{\partial x} = 0$$

W naszym przypadku oznacza to, że powierzchnia równowagi opisywana jest wzorem:

$$x^3 + bx + a = 0$$

Na powierzchni równowagi można dodatkowo wyróżnić punkty osobliwe, które spełniają warunek:

$$\frac{\partial^2 f\ \ a,b,x}{\partial x^2} = 3x^2 + b = 0$$

Zbiór wszystkich osobliwości tworzy granicę rozdzielającą obszary, w których układ posiada cechy jakościowo różne. W przypadku omawianej katastrofy typu cusp, w otoczeniu osobliwości zmienia się liczba stabilnych stanów układu. W zależności od wyboru wartości parametrów a oraz b układ może posiadać 1, 2 lub 3 stany stabilne. Zbiór wszystkich parametrów kontrolnych, dla których badany układ posiada więcej niż jeden stan stabilny nazywamy zbiorem bifurkacyjnym. W opisywanym przypadku zbiór bifurkacyjny opisywany jest równaniem:

$$B\ \ a,b\ \ = 4b^3 + 27a^2 = 0$$

Z uwagi na wpływ obu parametrów na cechy badanego układu parametr a nazywa się zmienną normalną (wskaźnikiem asymetrii), zaś parametr b – zmienną rozdziału (wskaźnikiem bifurkacji).

Niezależnie od specyficznych cech badanych zjawisk, układy, w których można podejrzewać występowanie katastrof typu cusp wykazują pięć cech wspólnych (Jakimowicz 2005):

1) nieciągłość – w otoczeniu osobliwości poszukiwanie przez układ stanu stabilnego może się odbywać na drodze przeskoku (trajektoria układu nie przebiega wówczas po powierzchni równowagi),

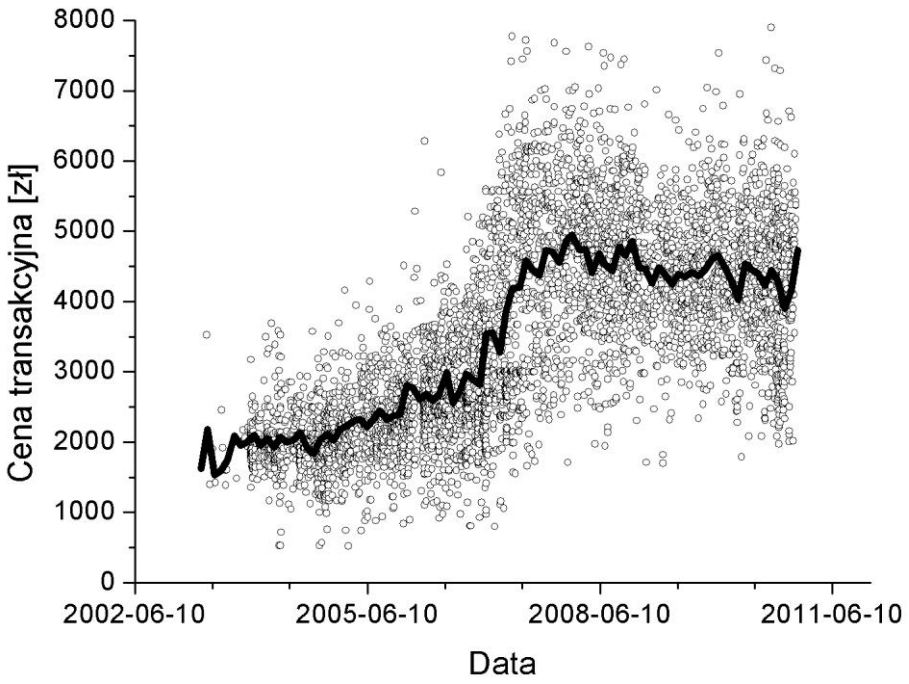
2) rozbieżność – niewielka zmiana parametrów kontrolnych generuje silną (ale ciągłą) zmianę stanu układu (dwie trajektorie układu leżące początkowo dowolnie blisko siebie zostają rozdzielone),

3) multimodalność – układ posiada, co najmniej dwa równoważne stany stabilne dla tych samych parametrów kontrolnych,

4) niedostępność – na powierzchni równowagi układu istnieją stany równowagi nietrwałej (dowolnie małe zaburzenie parametrów kontrolnych powoduje ucieczkę układu z tego obszaru),
5) histereza – odwrócenie ewolucji parametrów kontrolnych układu powoduje jego powrót do stanu początkowego po innej trajektorii.

3. Analiza zmienności cen na rynku nieruchomości

W trakcie badań oceniono, czy występują warunki możliwe do modelowania zmienności cen na rynku nieruchomości przy zastosowaniu teorii przejść nieciągłych Do analiz przyjęto ceny transakcyjne sprzedaży nieruchomości o funkcji mieszkaniowej, na wolnym rynku, na obszarze miasta Olsztyna, które miały miejsce w latach 2003–2010. Dane te uzyskano z Rejestru Cen i Wartości prowadzonego przez Urząd Miasta w Olsztynie. Ze zgromadzonego zbioru ponad 8000 transakcji, wyodrębniono dane charakteryzujące się cechami transakcji wolnorynkowych, co zredukowało posiadaną bazę do około 5600 transakcji. Powyższe dane przedstawiono na rys. 1.



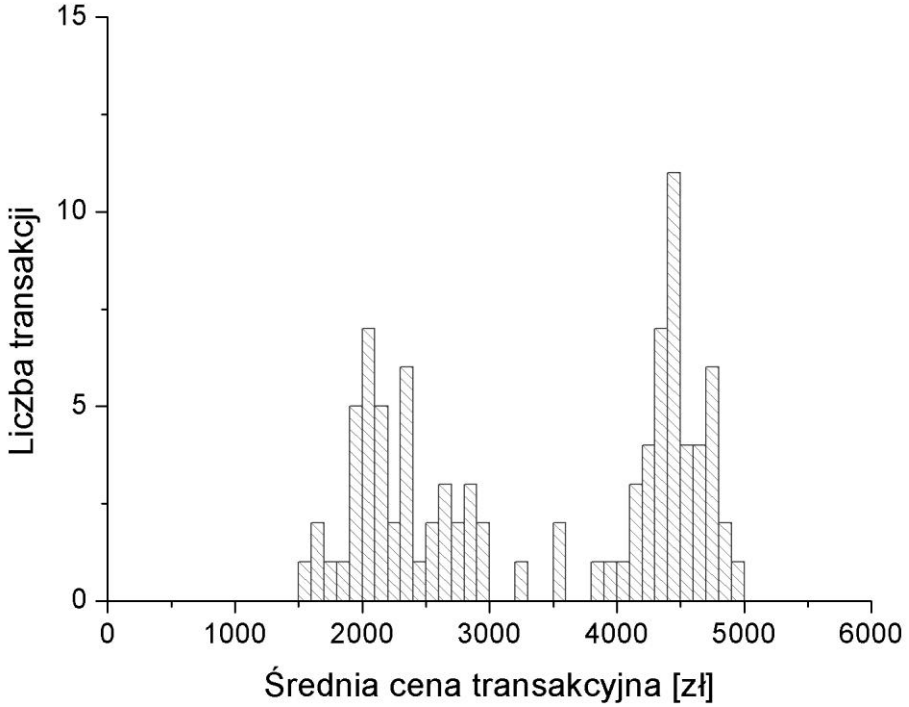
Rys. 1. Ceny transakcyjne sprzedaży nieruchomości na terenie miasta Olsztyna w okresie od czerwca 2003 r. do grudnia 2010 r. (białe punkty); linią ciągłą zaznaczono ceny transakcyjne uśrednione w interwałach miesięcznych.
Źródło: opracowanie własne

W celu zobrazowania kierunku zmienności cen nieruchomości, przyjęto, że w zakresie danych, ma znajdować się cały przekrój niejednolitości rynku nieruchomości, nie podzielny na szereg segmentów znacznie różniących się atrybutami. Tak przyjęte założenie, w oparciu o rys 1, pozwala wnioskować o występowaniu zbliżonych trendów zmiany cen dla różnych segmentów nieruchomości o funkcji mieszkaniowej, których warunkiem zaszeregowania do poszczególnych segmentów są m.in. powierzchnia użytkowa, lokalizacja ogólna i szczegółowa, technologia budowy, położenie na piętrze czy standard wykończenia lokali. Należy zwrócić uwagę, że układ cen w latach 2003-2010 tworzy formę „*strumienia*” z

wyraźnie możliwymi do określenia w poszczególnych okresach, cenami minimalnymi i cenami maksymalnymi, wraz pewną ilością transakcji odstających od głównego nurtu „*strumienia*". Można zauważyć, że wszystkie ceny transakcyjne, bez względu na rodzaj definiujących je atrybutów, oraz przynależność do danego segmentu rynku, charakteryzuje pewna zbieżność trendów zmiany cen. Wielkość, wartość danego atrybutu nieruchomości, pozycjonuje daną nieruchomość, w danym momencie czasowym na linii tworzonej przez cenę maksymalną i minimalną.

Z rys. 1 wynika, iż zmiany cen nieruchomości w różnych okresach czasu ewoluowały w różny sposób: na początku, w latach 2003-2006 obserwowano powolny wzrost cen nieruchomości o ok. 20%, następnie w okresie od stycznia do grudnia 2007 r. nastąpił skokowy wzrost cen o ponad 100%, zaś w okresie od stycznia 2008 r. do końca grudnia 2010 r. zaobserwowano powolny spadek cen o ok. 10%. O ile pierwszy i trzeci z omawianych przedziałów czasowych nie budzi większych wątpliwości, jeśli chodzi o korelację zmian z cyklicznymi wahaniami koniunktury, o tyle gwałtownego wzrostu cen w roku 2007 nie daje się w ten sposób wytłumaczyć. Posługując się terminologią pochodzącą z teorii przejść nieciągłych, można założyć, że w roku 2007 nastąpiła nieciągła zmiana struktury rynku nieruchomości, a rynek po ewolucyjnym etapie dostosowania się do zmian w otoczeniu, w latach 2003-2006, nie mógł już dalej ewoluować i musiała nastąpić skokowa zmiana, związana z poszukiwaniem nowych stanów równowagi, by w latach 2008-2010 powrócić do procesów ewolucyjnych.

Na rys. 2 zbiór cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości przedstawiono w postaci histogramu. Histogram ma wyraźnie zaznaczone dwa maksima (2000 oraz 4500 zł), odpowiadające dwóm stanom równowagi rynku. Obserwowana bimodalność histogramu jest pierwszą przesłanką świadczącą o tym, iż gwałtowne wzrosty cen obserwowane w roku 2007 mogą mieć charakter katastroficzny. Drugą przesłanką jest występowanie obszaru niedostępności, a więc wyraźne zmniejszenie liczby transakcji w przedziale cenowym od 3000 do 4000 zł, co może świadczyć o istnieniu stanu równowagi nietrwałej.



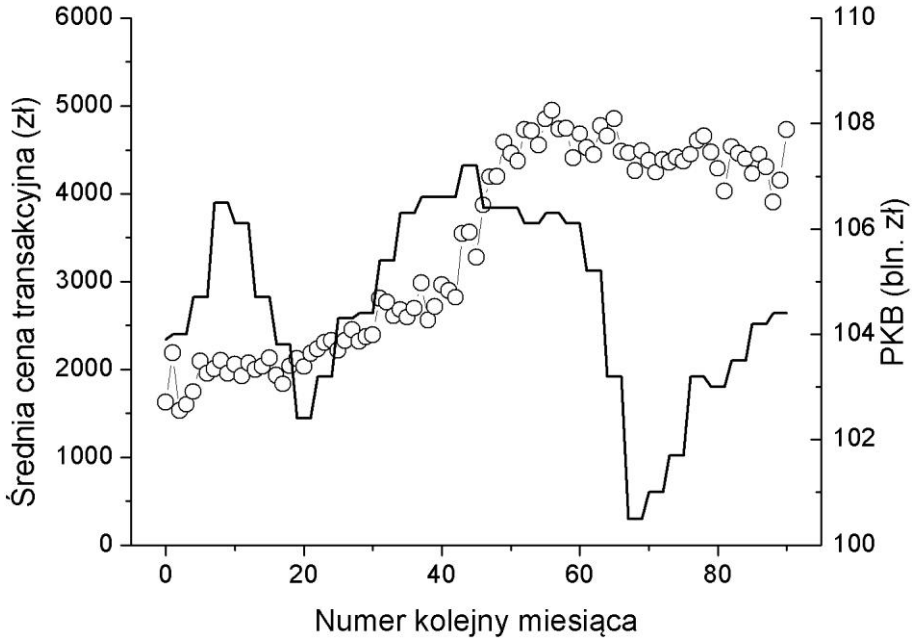
Rys. 2. Histogram cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości w okresie od czerwca 2003 r. do grudnia 2010 r.
Źródło: opracowanie własne

Po przeprowadzonej analizie danych (rys. 1 i 2), wydaje się być uzasadnione twierdzenie, że rozkład cen transakcyjnych lokali o funkcji mieszkalnej w Olsztynie, w latach 2003-2010, wykazuje, cechy charakterystyczne i niezbędne do opisu zjawisk z wykorzystaniem teorii przejść nieciągłych; nieciągłość, multimodalność i niedostępność.

W kolejnym etapie badania możliwości modelowania zmienności cen na rynku nieruchomości przy zastosowaniu teorii przejść nieciągłych, należy określić tzw. parametry kontrolne, czyli czynniki wpływające na zmiany cen nieruchomości.

Na rynku nieruchomości do najważniejszych przyczyn występowania wahań cen należy zaliczyć w szczególności: zmiany PKB, zmiany demograficzne, wysokość stóp procentowych, wartość udzielonych kredytów mieszkaniowych, zmiany w zatrudnieniu, zmiany kosztów w budownictwie (Trojanek, 2008). Z kolei według Żelazowskiego (2011) wśród czynników, które w najistotniejszym zakresie objaśniają zmienność cen nieruchomości znalazły się uwarunkowania ekonomiczne (m.in. PKB per capita, koszty budowy metra kwadratowego powierzchni użytkowej, dochody gospodarstw domowych) oraz uwarunkowania demograficzne (liczba ludności, jej struktura wiekowa, saldo migracji).

Wybór parametrów, czynników odpowiedzialnych za wahania cen nieruchomości jest zagadnieniem niezwykle szerokim i wciąż niejednoznacznym, dlatego do czasu realizacji bardziej szczegółowych badań, w pracy przedstawiono jedynie relacje kilku wybranych czynników do cen nieruchomości, na rysunkach 3,4,5.

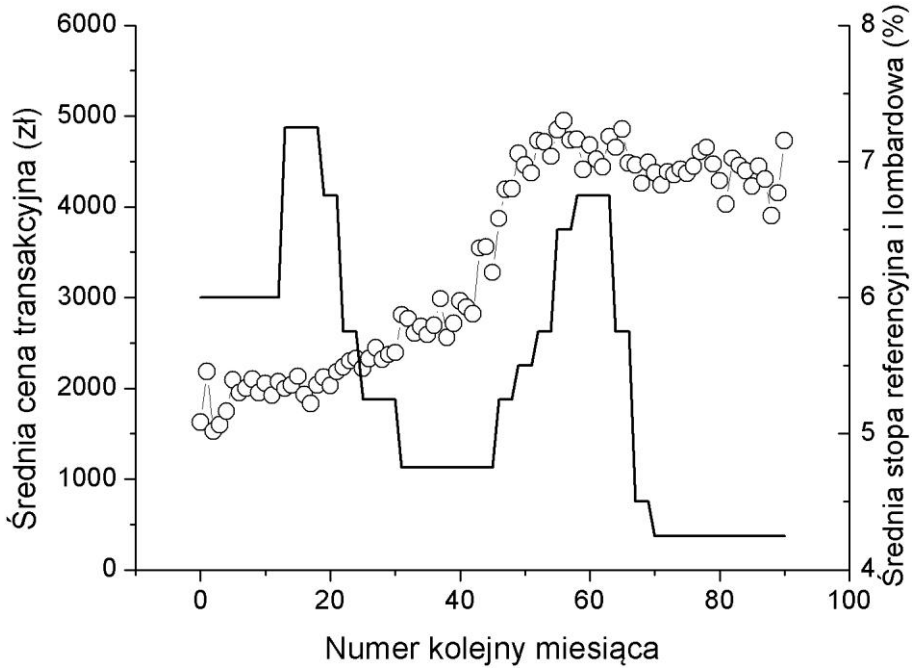


Rys. 3. Przebieg zmian średnich cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości (białe punkty) na tle zmian polskiego PKB (linia ciągła). Początek analizowanego przedziału czasowego przypada na marzec 2006 (por. Rys. 1).
Źródło: opracowanie własne

W pierwszej kolejności (rys. 3) przedstawiono zależność pomiędzy Produktem Krajowym Brutto (PKB) a przebiegiem zmian średnich cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości. W okresach 20 – 40 zauważalny jest gwałtowny wzrost PKB, który ma realne odwzorowanie w równie gwałtownym wzroście cen w okresach 40-50, z oczywistym przesunięciem czasowym. Natomiast powolna tendencja spadkowa cen nieruchomości, nie

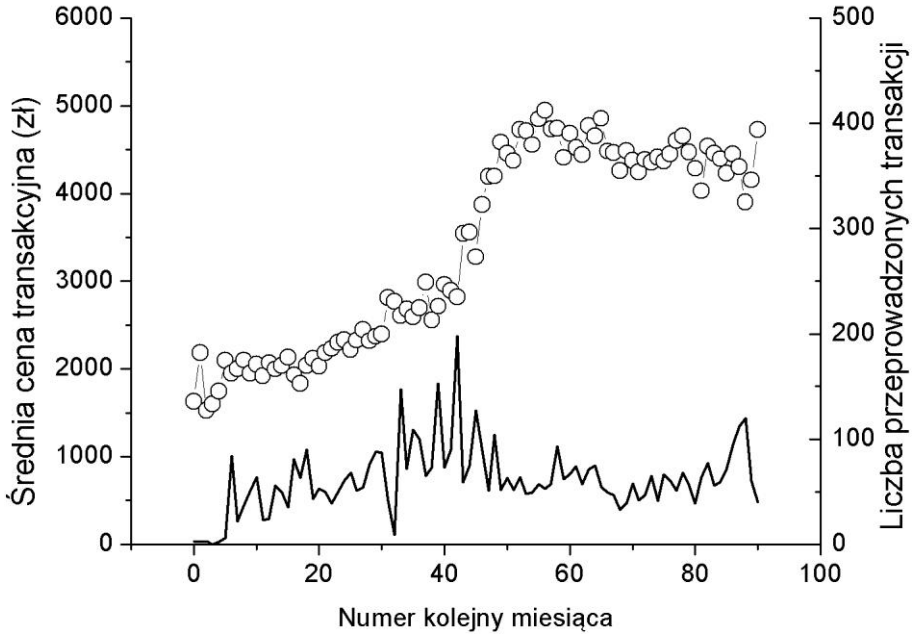
jest jednoznacznie skorelowana ze spadkiem PKB, choć ujemny znak fluktuacji cen i PKB jest tożsamy.

Podobne relacje są możliwe do zaobserwowania pomiędzy przebiegiem zmian średnich cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości a zmianami stóp procentowych ustalanych przez Radę Polityki Pieniężnej (rys. 4). Dla ułatwienia obserwacji kształtowanie się stopy referencyjnej i lombardowej, uśredniono, ze względu na wysoki poziom ich korelacji.



Rys. 4. Przebieg zmian średnich cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości (białe punkty) na tle zmian średniej stóp: referencyjnej i lombardowej (linia ciągła). Początek analizowanego przedziału czasowego przypada na marzec 2006 (por. Rys. 1).
Źródło: opracowanie własne

Na rysunku nr 5 przedstawiono relację cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości do liczby transakcji. Parametr pokazuje wyraźnie na proces wzrostu popytu na rynku nieruchomości w latach 2003-2007, oczywiście wraz z tradycyjnie sezonową amplitudą ilości transakcji w roku. Wzrost ten wynikał m.in. ze spadku głównych stóp procentowych RPP, co skutkowało w tamtym okresie zmniejszeniem oprocentowania kredytów hipotecznych a niskie stopy procentowe w powiązaniu z polityką nieunikania ryzyka w procedurach przyznawania kredytów hipotecznych, doprowadziło do gwałtownego wzrostu liczby transakcji i w efekcie nieuniknionego wzrostu cen. Na rys. 5 szczególnie widać znaczną korelację wzrostów cen i liczby transakcji na rynku lokalnym w roku 2007, co można definiować na gruncie teorii przejść nieciągłych jako nieciągłość trajektorii układu na powierzchni równowagi. Lata od 2008 do 2010 mają podobny kąt nachylenia obu zmiennych, wynikający z ich wzajemnego powiązania.



Rys. 5. Przebieg zmian średnich cen transakcyjnych sprzedaży nieruchomości (białe punkty) na tle liczby przeprowadzonych transakcji w przedziałach miesięcznych (linia ciągła). Początek analizowanego przedziału czasowego przypada na marzec 2006 (por. Rys. 1).
Źródło: opracowanie własne

4. Podsumowanie

Teoria przejść nieciągłych zajmuje się badaniem zjawisk polegających na utracie stabilności przez układ, w wyniku, którego następuje szybkie przejście do innego stanu układu, stabilnego w nowych warunkach, co umożliwia modelowanie zdarzeń, sytuacji nagłych, dynamicznych lub kryzysowych.

Polskie doświadczenia ostatnich dwóch dekad wręcz predestynują przedstawianą teorię do modelowania zachowań polskiego rynku nieruchomości, gdzie pojawiały się nagłe całkowite przeobrażenia tego rynku, wynikające m.in. z (Bełej 2011):

- zmian systemu polityczno-gospodarczego,
- nadania gminom osobowości prawnej i własności mienia,
- zniesienia cen urzędowych i przetargowa forma sprzedaży mienia,
- obniżenia inflacji i głównych stóp procentowych RPP,
- dostępności kredytów hipotecznych,
- wejścia Polski do Unii Europejskiej,
- światowego kryzysu finansowego (kryzysu rynku hipotecznego).

Przedstawione w artykule wyniki analizy olsztyńskiego rynku nieruchomości w latach 2003-2010, według autorów, dają podstawę do dalszych szczegółowych analiz i podjęcia się próby modelowania zmian cen nieruchomości z wykorzystaniem teorii przejść nieciągłych.

Literatura

1. Bełej M. 2011. Teoria przejść nieciągłych jako metoda modelowania rynku nieruchomości. Studia i Materiały TNN. Vol 19 Numer 1. Olsztyn
2. Jakimowicz A. 2005. Teoria katastrof w badaniach ekonomicznych w; Teoretyczne aspekty gospodarowania. Wydawnictwo Katedry Mikroekonomii US. Szczecin
3. Trojanek R. 2008. Wahania cen na rynku mieszkaniowym. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.

4. Żelazowski K. 2011. Regionalne zróżnicowanie cen i ich determinant na rynku mieszkaniowym w Polsce. Studia i Mat eriały TNN. Vol 19 Numer 3. Olsztyn