

Elementy grafiki komputerowej. Elementy algorytmów obcinania i okienkowania

Aleksander Denisiuk
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
Olsztyn, ul. Słoneczna 54
denisjuk@matman.uwm.edu.pl

Elementy algorytmów obcinania i okienkowania

Obcinanie odcinków
i prostych

Obcinanie
wielokątów

Najnowsza wersja tego dokumentu dostępna jest pod
adresem

<http://wmii.uwm.edu.pl/~denisjuk/uwm>

Obcinanie odcinków
i prostych

- ❖ Obcinanie odcinków i prostych
- ❖ Algorytm Sutherlanda-Cohana
- ❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

Obcinanie odcinków i prostych

Obcinanie odcinków i prostych

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana
❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- wyznaczenie fragmentu odcinka lub prostej, który leży wewnątrz okna na ekranie
- wyznaczenie fragmentu odcinka lub prostej, który leży wewnątrz ustalonej bryły wielościennej

Przecięcie odcinka i prostej

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Lianga-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- $p_1 = (x_1, y_1), p_2 = (x_2, y_2)$
- $ax + by = c$
- $t = \frac{c - ax_1 - by_1}{a(x_2 - x_1) + b(y_2 - y_1)}$
- ◆ jeśli $t \notin [0, 1]$, to prosta i odcinek są rozłączne
- ◆ jeśli $t \in [0, 1]$, to można znaleźć punkt wspólny
 - $x = c$
 - $y = c$

Przecięcie odcinka i płaszczyzny

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- $p_1 = (x_1, y_1, z_1), p_2 = (x_2, y_2, z_2)$
- $ax + by + cz = d$

Algorytm Sutherlanda-Cohana

Obcinanie odcinków i prostych

❖ Obcinanie odcinków i prostych

❖ Algorytm Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie wielokątów

- Dane są punkty końcowe odcinka i prostokątne okno.
- Proste, na których leżą krawędzie okna, dzielą płaszczyznę na 9 obszarów.
- Przyporządkujemy im czterobitowe kody:

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

Algorytm Sutherlanda-Cohena

Obcinanie odcinków
i prostych

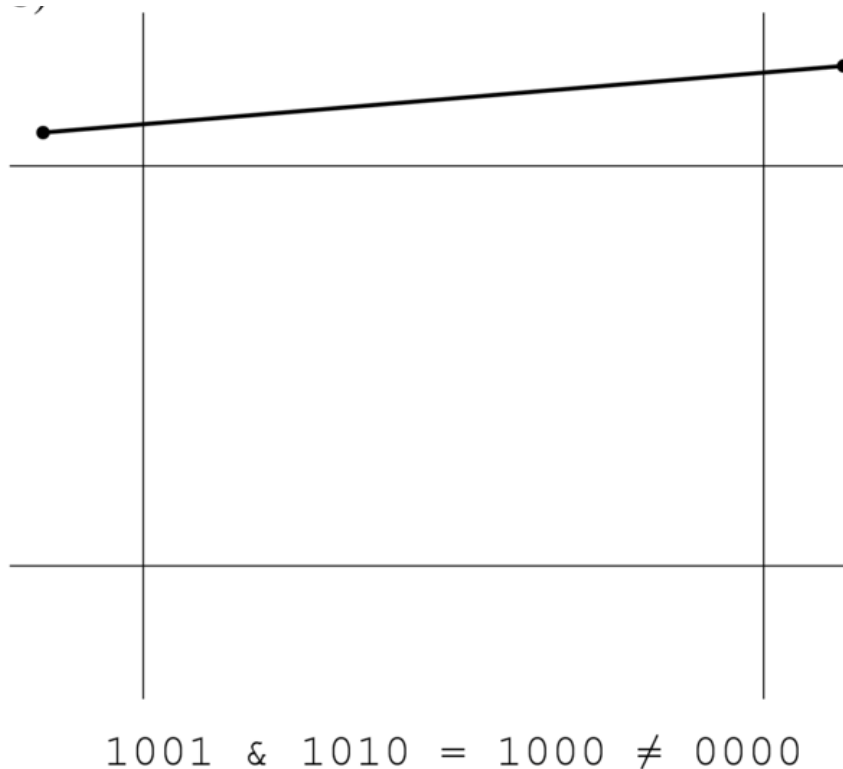
❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohena

❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- Wyznaczamy kody obszarów, do których należą końce odcinka
- jeśli oba kody na dowolnej pozycji mają jedynkę, to cały odcinek leży poza oknem



Algorytm Sutherlanda-Cohena

Obcinanie odcinków i prostych

❖ Obcinanie odcinków i prostych

❖ Algorytm Sutherlanda-Cohena

❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie wielokątów

- Jeśli oba punkty końcowe mają kod 0, to cały odcinek leży wewnątrz okna
- Jeśli kody są różne od 0, ale nie mają jedynki jednocześnie na żadnej pozycji, to odcinek może mieć części wewnątrz okna

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

Właściwie algorytm

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

Wejście: odcinek $[p_1, p_2]$

Wynik: część odcinka wewnątrz okna

$c_1 \leftarrow \text{kod}(p_1), c_2 \leftarrow \text{kod}(p_2)$

while c_1 **or** c_2 **do**

if c_1 **and** c_2 **then**

return $\emptyset$

end if

if c_1 **then**

 Zamień (p_1, c_1)

else

 Zamień (p_2, c_2)

end if

end while

Procedura Zamień

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Lianga-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

Wejście: $c = \text{kod}(p)$, $c \neq 0$, $c \& c' = 0$

Wynik: p leży na tym samym odcinku, $c = \text{kod}(p)$, c ma mniej
niezerowych bitów

if pierwszy bit jest niezerowy **then**

p zamieniamy na przecięcie z $y = \text{top}$

$c \leftarrow \text{kod}(p)$

else if drugi bit jest niezerowy **then**

p zamieniamy na przecięcie z $y = \text{bottom}$

$c \leftarrow \text{kod}(p)$

else if trzeci bit jest niezerowy **then**

p zamieniamy na przecięcie z $x = \text{right}$

$c \leftarrow \text{kod}(p)$

else if czwarty bit jest niezerowy **then**

p zamieniamy na przecięcie z $x = \text{left}$

$c \leftarrow \text{kod}(p)$

end if

Przykłady

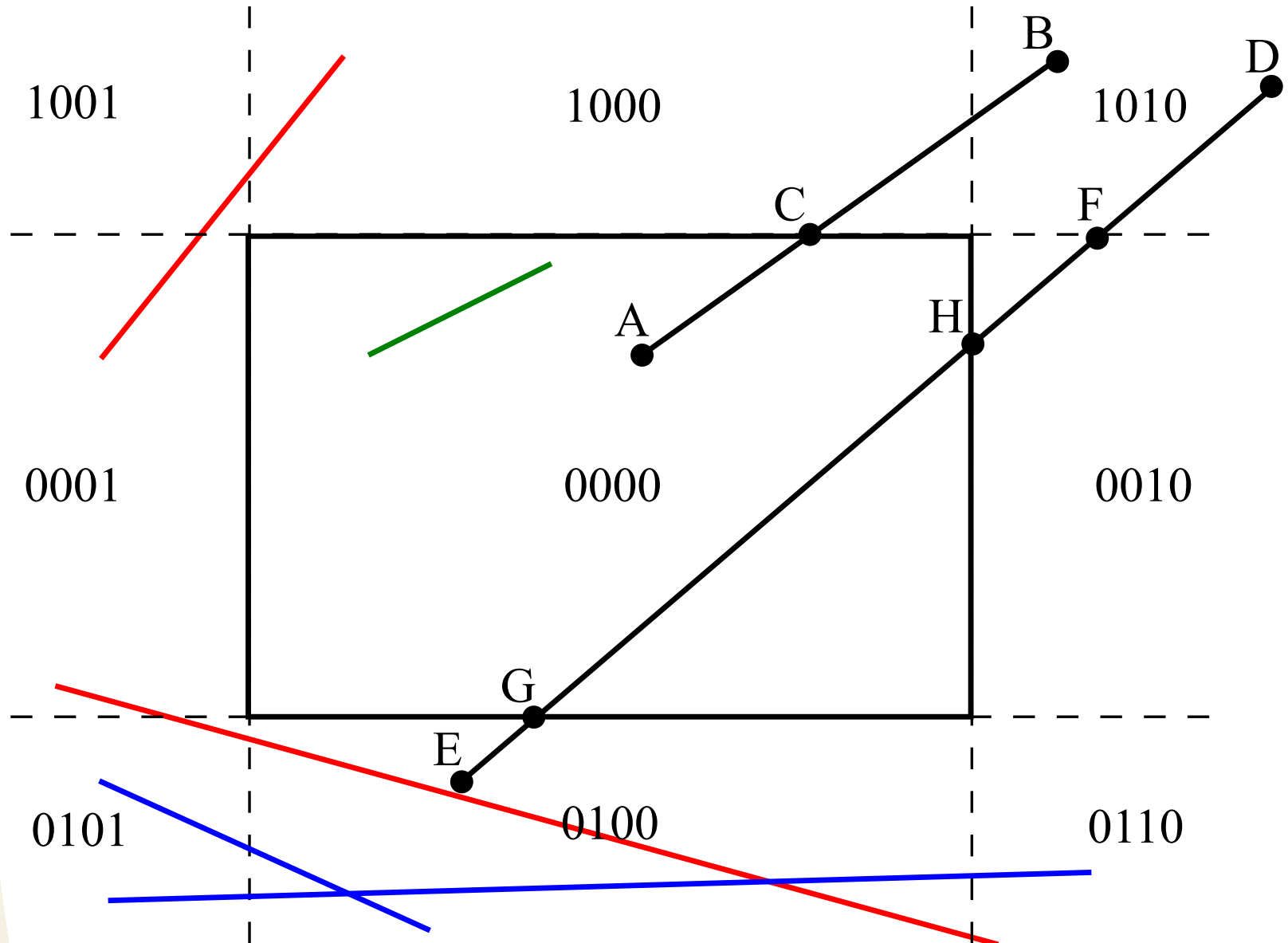
Obcinanie odcinków i prostych

❖ Obcinanie odcinków i prostych

❖ Algorytm Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie wielokątów



Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Lianga-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

$$\begin{cases} x = x_1 + s(x_2 - x_1) = x_1 + s\Delta x, \\ y = y_1 + s(y_2 - y_1) = y_1 + s\Delta y, \end{cases} \quad \text{dla } s \in [0, 1],$$

- odcinek leży w oknie jeżeli $l \leq x_1 + s\Delta x \leq r$ oraz $b \leq y_1 + s\Delta y \leq t$
- czyli $sp_k \leq q_k$, $k = 1, 2, 3, 4$, gdzie
 - ◆ $p_1 = -\Delta x$, $q_1 = x_1 - l$
 - ◆ $p_2 = \Delta x$, $q_2 = r - x_1$
 - ◆ $p_3 = -\Delta y$, $q_3 = y_1 - b$
 - ◆ $p_4 = \Delta y$, $q_4 = t - y_1$

Dla każdej krawędzi

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- jeżeli $p_k = 0$, to odcinek jest równoległy do tej krawędzi
 - ✦ jeżeli $q_k < 0$, to odcinek trzeba odrzucić
- jeżeli $p_k < 0$, to odcinek *wchodzi* do okna
 - ✦ obliczamy $u_k = \max \left\{ 0, \frac{q_k}{p_k} \right\}$
- jeżeli $p_k > 0$, to odcinek *wychodzi* z okna
 - ✦ obliczamy $v_k = \min \left\{ \frac{q_k}{p_k}, 1 \right\}$

Wniosek

Obcinanie odcinków
i prostych

- ❖ Obcinanie odcinków i prostych
- ❖ Algorytm Sutherlanda-Cohana
- ❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- $u = \max u_k, v = \min v_k$
- przedział odcinka $s \in [u, v]$ leży w oknie
- jeżeli $u > v$, odcinek jest poza oknem

Przykład

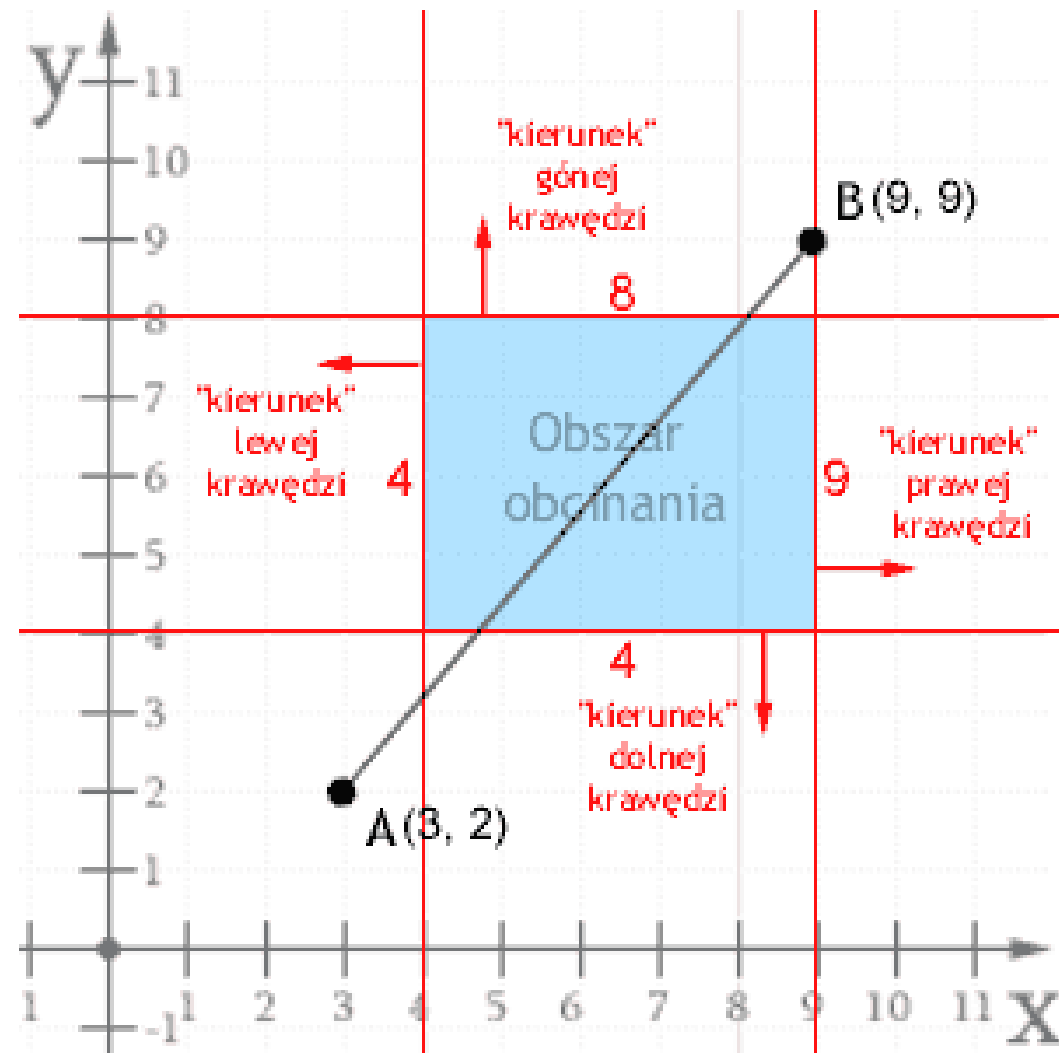
Obcinanie odcinków i prostych

❖ Obcinanie odcinków i prostych

❖ Algorytm Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm Lianga-Barsky'ego

Obcinanie wielokątów



Obcinanie prostych

Obcinanie odcinków
i prostych

❖ Obcinanie
odcinków i prostych

❖ Algorytm
Sutherlanda-Cohana

❖ Algorytm
Liang-Barsky'ego

Obcinanie
wielokątów

- Modyfikacja algorytmu Liang-Barsky'ego:
 - ✦ parametr s należy do całej prostej $\mathbb{R}$, a nie do przedziału $[0, 1]$

Obcinanie odcinków
i prostych

Obcinanie
wielokątów

❖ Algorytm
Sutherlanda-
Hodgmana

❖ Przykład

❖ Wielokąt
niewypukły

❖ Algorytm
Weilera-Athertona

Obcinanie wielokątów

Algorytm Sutherlanda-Hodgmana

Obcinanie odcinków i prostych

Obcinanie wielokątów

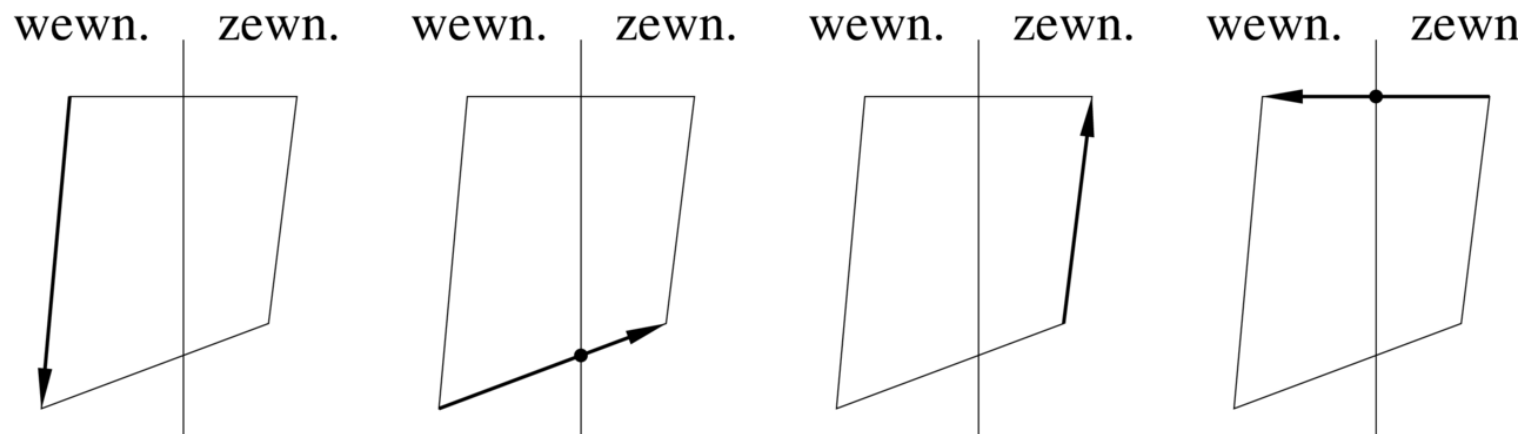
❖ Algorytm Sutherlanda-Hodgmana

❖ Przykład

❖ Wielokąt niewypukły

❖ Algorytm Weilera-Athertona

- Obcinający wielokąt (okno) jest wypukłym (przecięciem półpłaszczyzn)
- Obcinamy kolejno każdą krawędzią (półpłaszczyzną):
 - ♦ modyfikujemy ciąg wierzchołków stosownie do wzajemnego położenia



Przykład

Obcinanie odcinków
i prostych

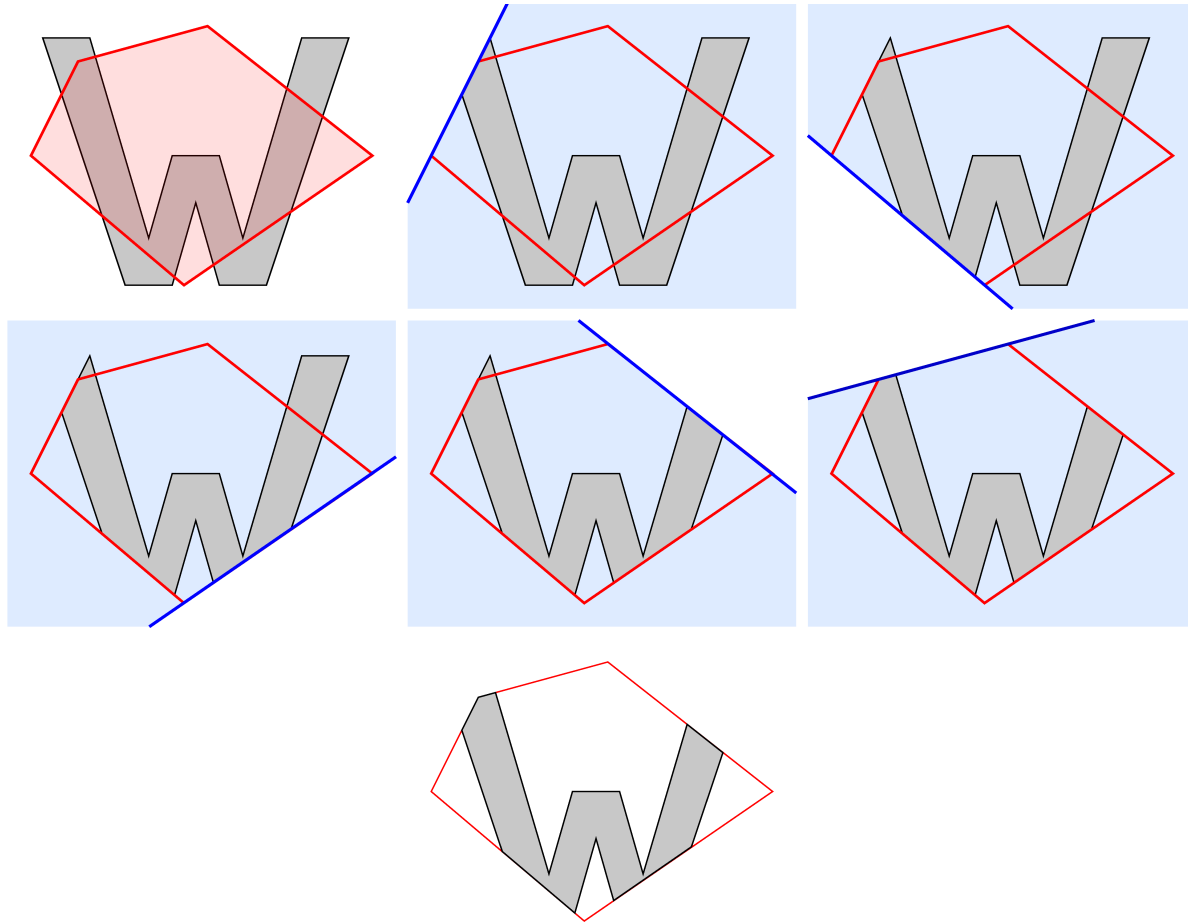
Obcinanie
wielokątów

❖ Algorytm
Sutherlanda-
Hodgmana

❖ Przykład

❖ Wielokąt
niewypukły

❖ Algorytm
Weilera-Athertona



Wielokąt niewypukły

Obcinanie odcinków
i prostych

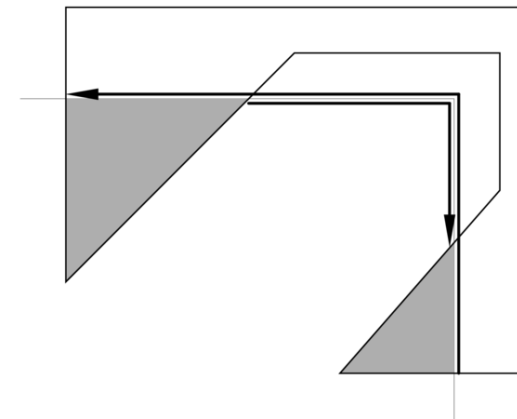
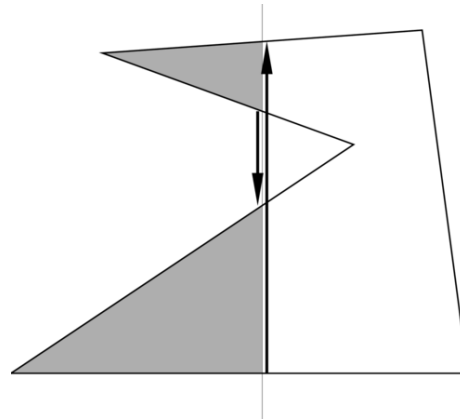
Obcinanie
wielokątów

❖ Algorytm
Sutherlanda-
Hodgmana

❖ Przykład

❖ Wielokąt
niewypukły

❖ Algorytm
Weilera-Athertona



- wynik może być niespójny
 - ◆ mamy krotną krawędź
 - ◆ można wyeliminować

Algorytm Weilera-Athertona

Obcinanie odcinków
i prostych

Obcinanie
wielokątów

❖ Algorytm
Sutherlanda-
Hodgmana

❖ Przykład

❖ Wielokąt
niewypukły

❖ Algorytm
Weilera-Athertona

