Modelowanie i Wizualizowanie 3W grafiki. Łańcuchy kinematyczne

Aleksander Denisiuk
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
Olsztyn, ul. Słoneczna 54
denisjuk@matman.uwm.edu.pl

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna

Łańcuchy kinematyczne

Najnowsza wersja tego dokumentu dostępna jest pod adresem

http://wmii.uwm.edu.pl/~denisjuk/uwm

Wprowadzenie
- Kinematyka

Kinematyka prosta

Kinematyka odwortna

Wprowadzenie

Wprowadzenie
• Kinematyka
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna

Kinematyka

- Ruch jednego obiektu względem drugiego, hierarchia ruchu
  - układ planetarny, manipulatory, postacie ludzkie
- Kinematyka:
  - prosta
  - odwrotna

Wprowadzenie

Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury

Kinematyka odwortna

Kinematyka prosta

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

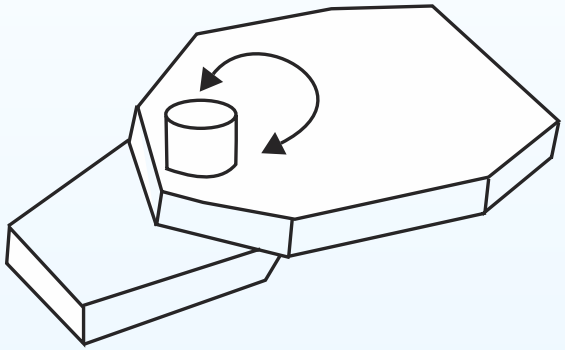
Modelowanie hierarchiczne

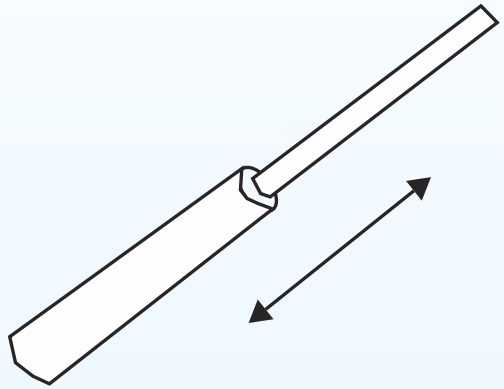
- Wieloczłonowe łańcuchy
  - człony połączone końcami
  - efektory końcowe
  - *postać artykulowana*, *artykulacja*
- Robotyka

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Pary kinematyczne o jednym stopniu swobody

- przegub
- para przesuwana



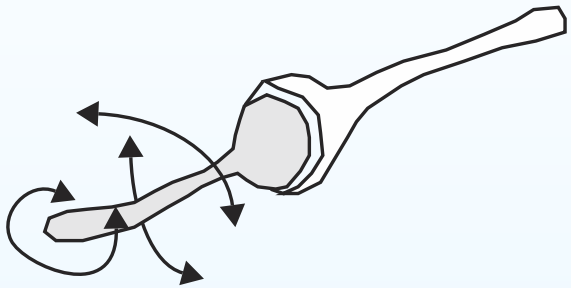


Pary kinematyczne o dwóch stopniach swobody

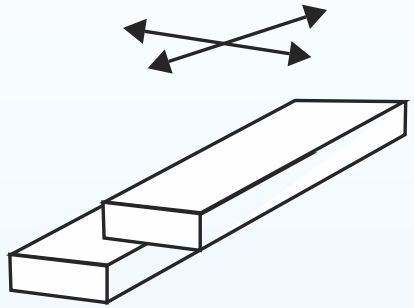
Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury

Kinematyka odwortna

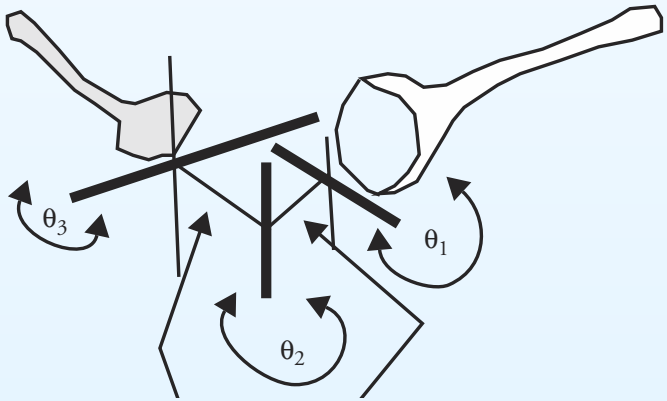
- Sprowadza się do par o jednym stopniu swobody

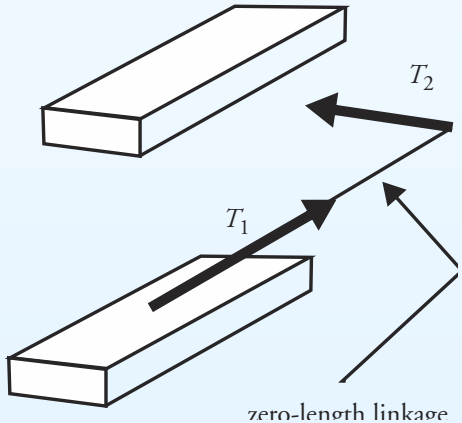


Ball-and-socket joint



Planar joint



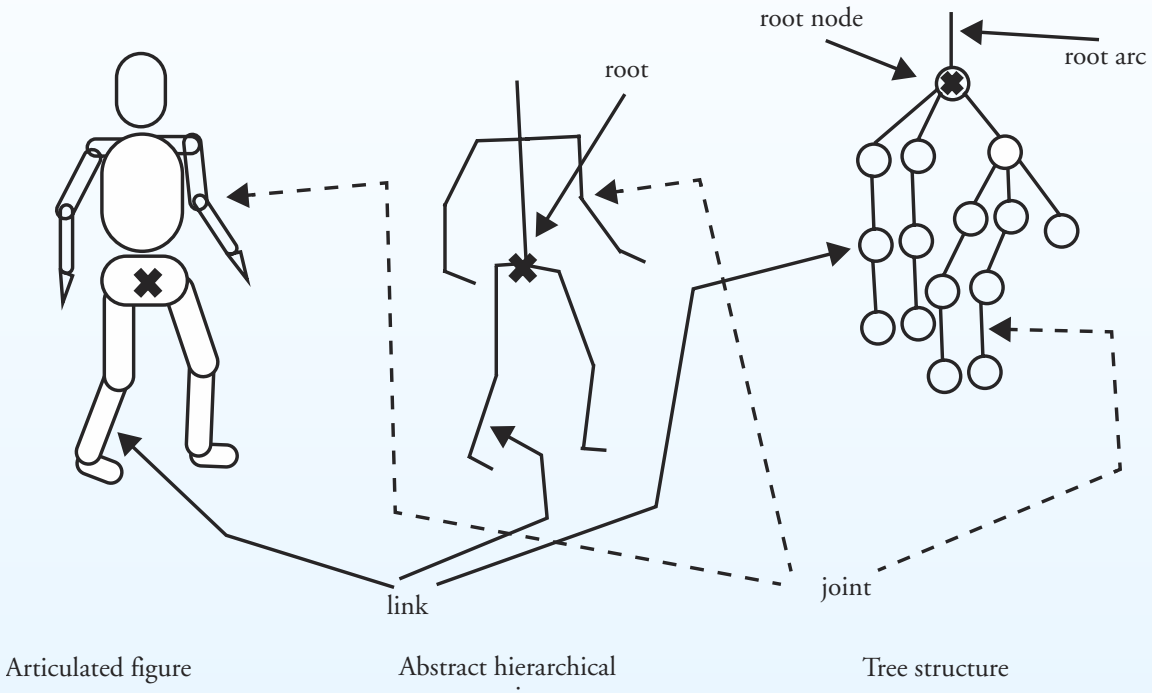


zero-length linkage

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Struktury danych

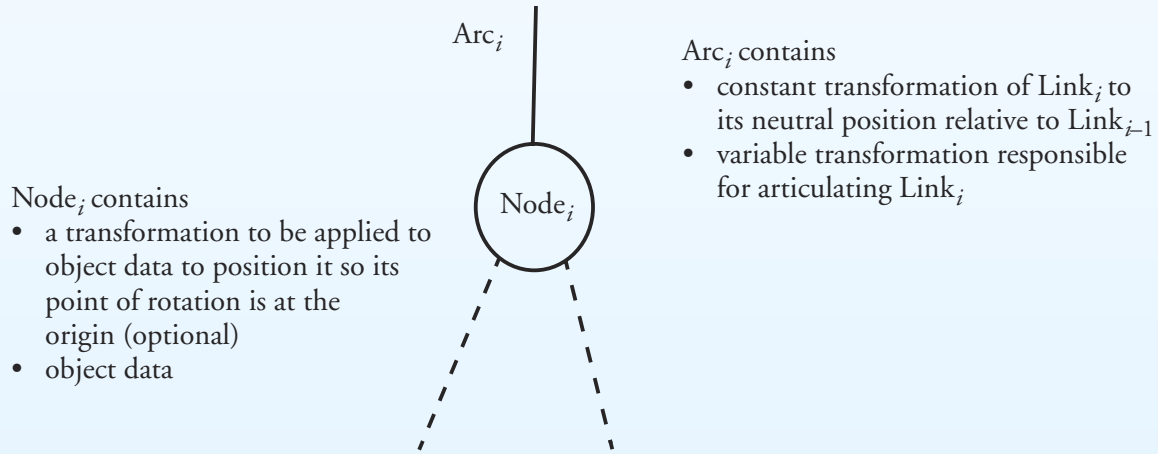
- Drzewo



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Krawędź i wierzszchołek

- Dwa przekształcenia
  - przekształcenie do położenia „zerowego” względem elementu rodzicielskiego
  - przekształcenia artykulacji — względem położenia „zerowego”

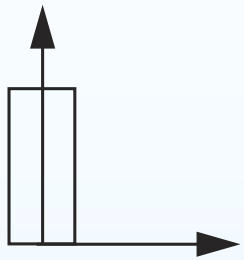


Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury

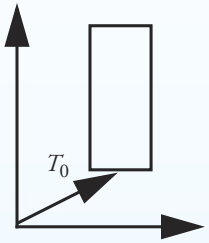
Kinematyka odwortna

Przykład

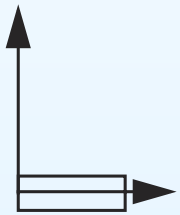
- Trzy człony



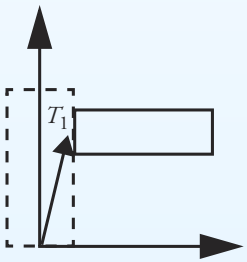
Original definition of root object (Link 0)



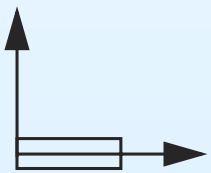
Root object (Link 0) transformed (translated and scaled) by T_0 to some known location in global space



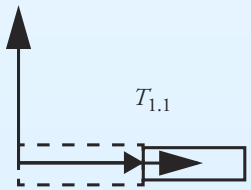
Original definition of Link 1



Link 1 transformed by T_1 to its position relative to untransformed Link 0



Original definition of Link 1.1

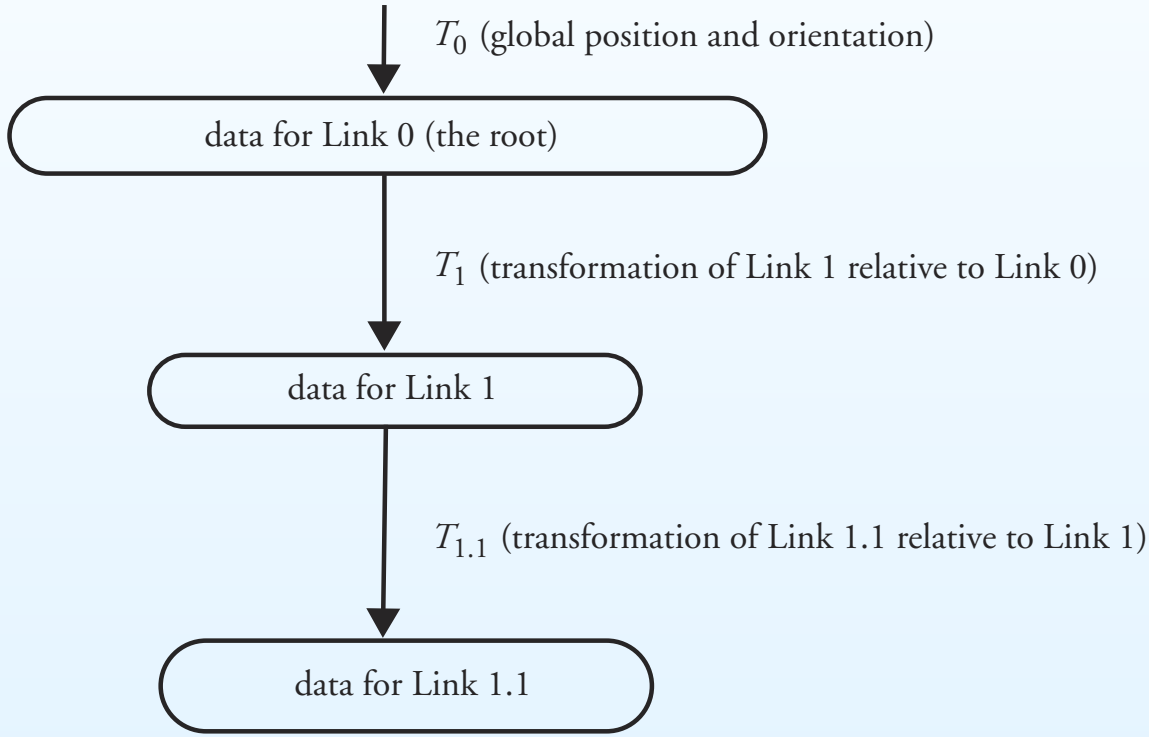


Link 1.1 transformed by $T_{1.1}$ to its position relative to untransformed Link 1

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Przekształcenia członów

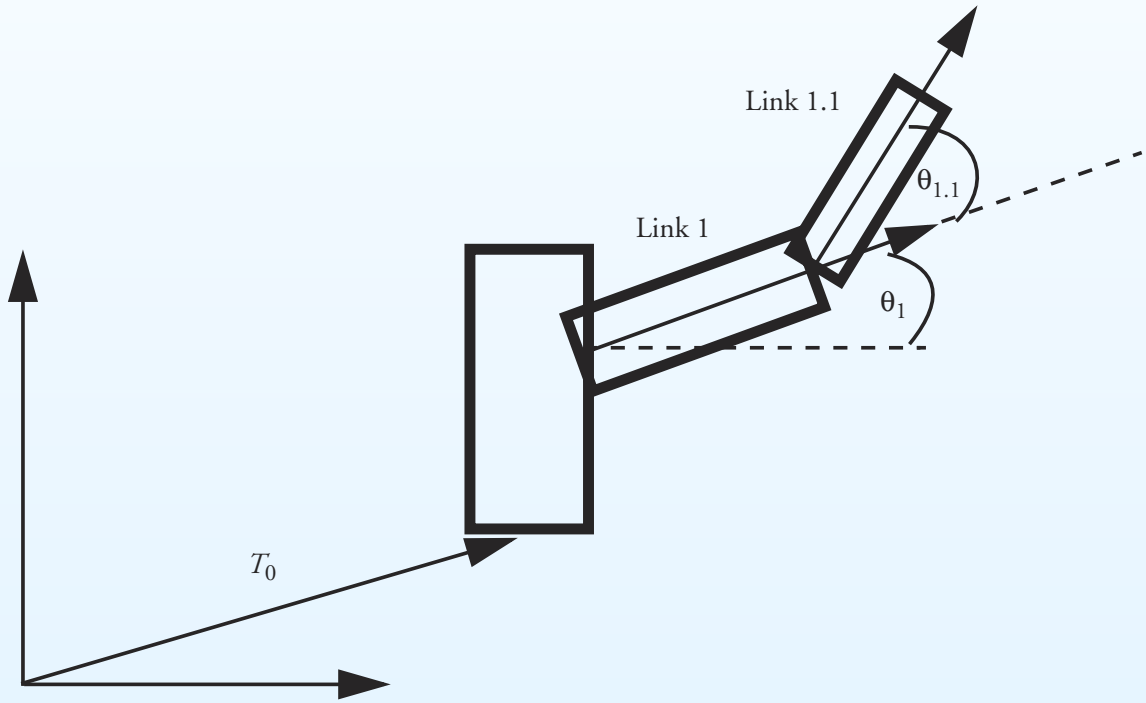
- $V_0' = T_0 V_0$
- $V_1' = T_0 T_1 V_1$
- $V_{1.1}' = T_0 T_1 T_{1.1} V_{1.1}$



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Hierarchia obrotów

- $V_0' = T_0 V_0$
- $V_1' = T_0 T_1 R_1(\theta_1) V_1$
- $V_{1.1}' = T_0 T_1 R_1(\theta_1) T_{1.1} R_{1.1}(\theta_{1.1}) V_{1.1}$

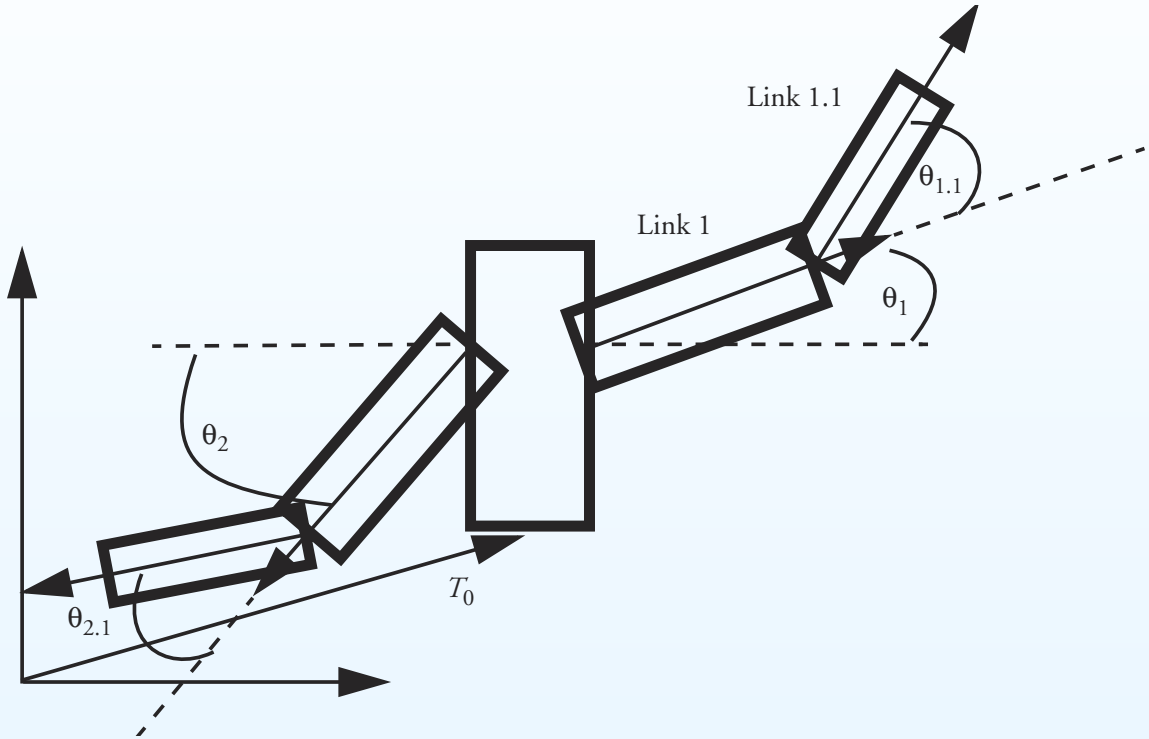


Druga kończyna

Wprowadzenie

Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury

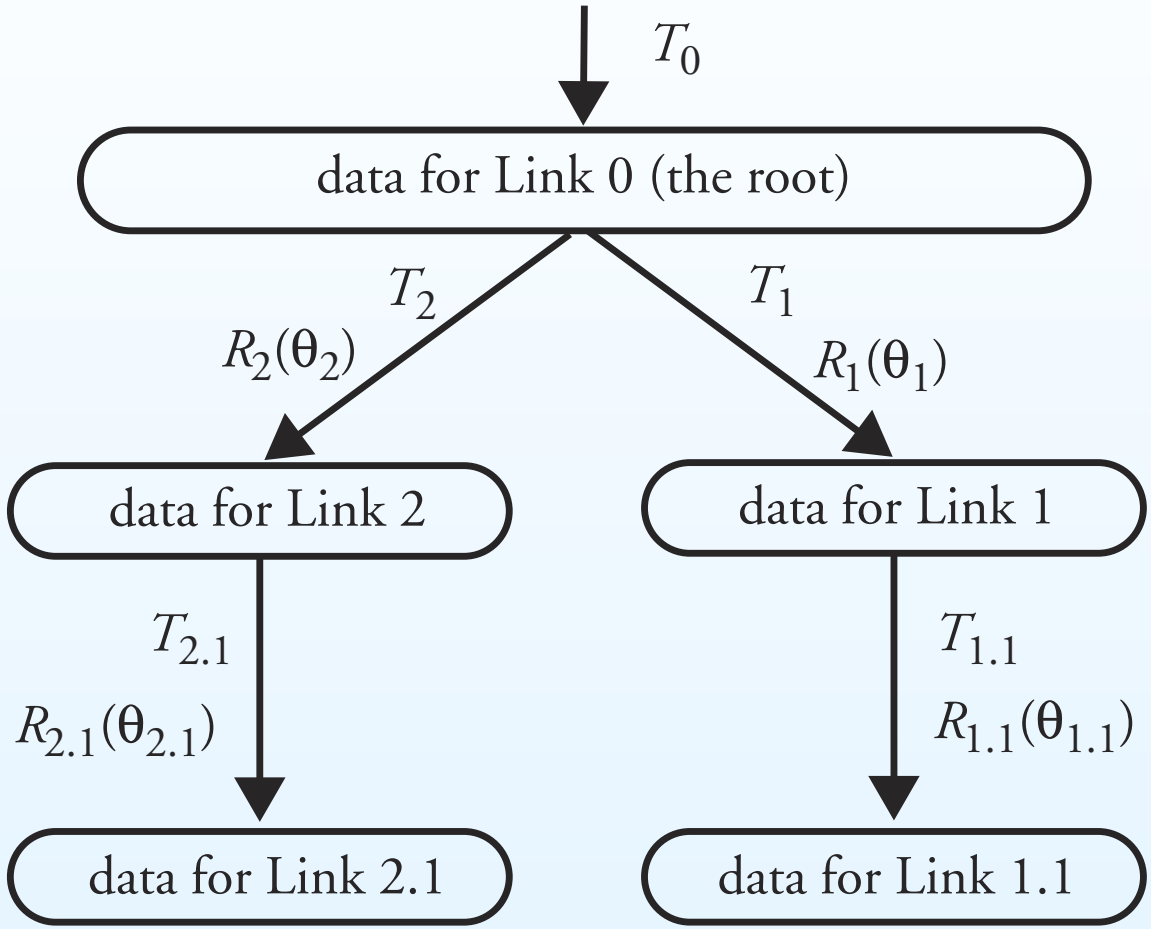
Kinematyka odwortna



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury

Kinematyka odwortna

Drzewo



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
- Modelowanie hierarchiczne
- Pary kinematyczne
- Struktury
Kinematyka odwortna

Kinematyka prosta

- Od korzenia do efektorów
- Wykorzystanie stosu
- Animacji poprzez działania na parametrach przekształceń par kinematycznych (kątach obrotów)

Wprowadzenie

Kinematyka prosta

Kinematyka odwortna

- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Kinematyka odwortna

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Kinematyka odwrotna

- Łańcuch przesztywniony
- Łańcuch niedosztywniony
- Przestrzeń osiągalna
- Metoda analityczna
- Metoda iteracyjna

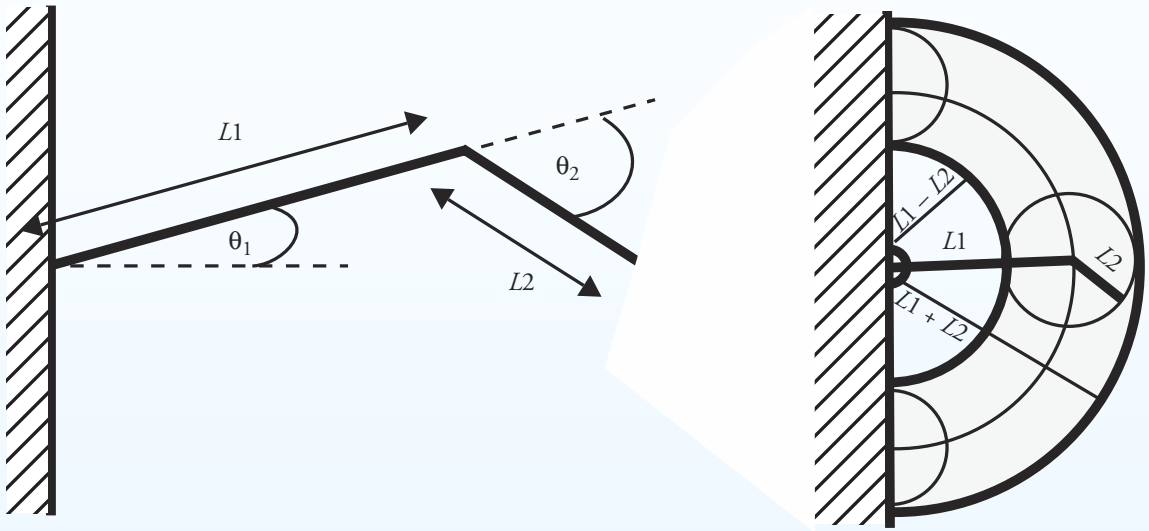
Prosty przykład

Wprowadzenie

Kinematyka prosta

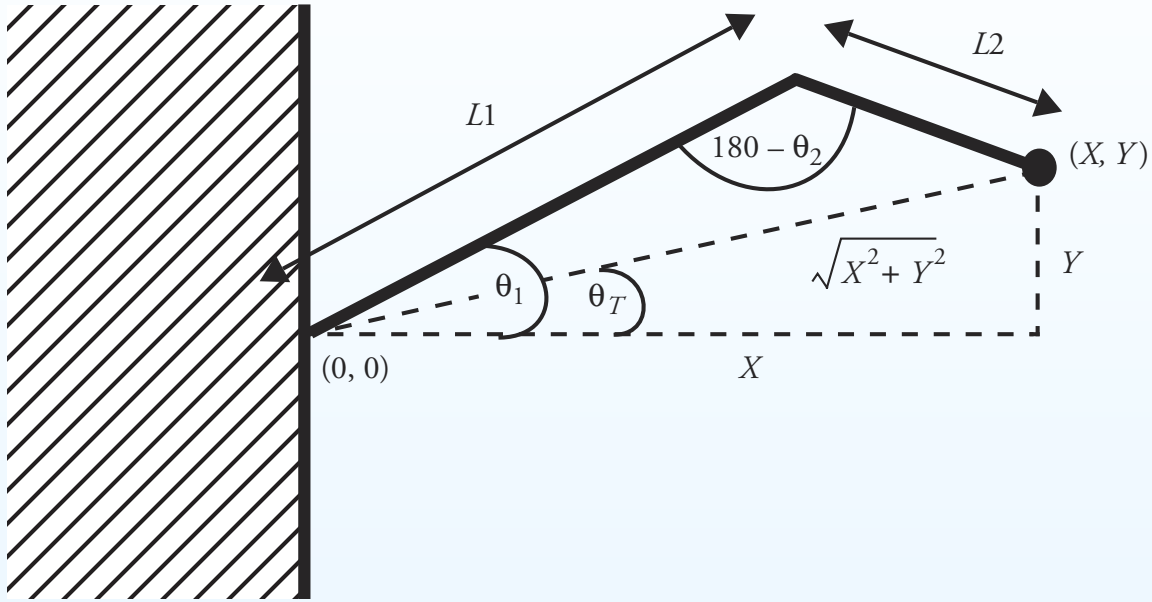
Kinematyka odwortna

- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Rozwiązanie analityczne



- Dwa rozwiązania

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Jakobian

- $y = f(x)$, gdzie
  - $y \in \mathbb{R}^m$, $x \in \mathbb{R}^n$

$$J = \frac{\partial y}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots & & \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

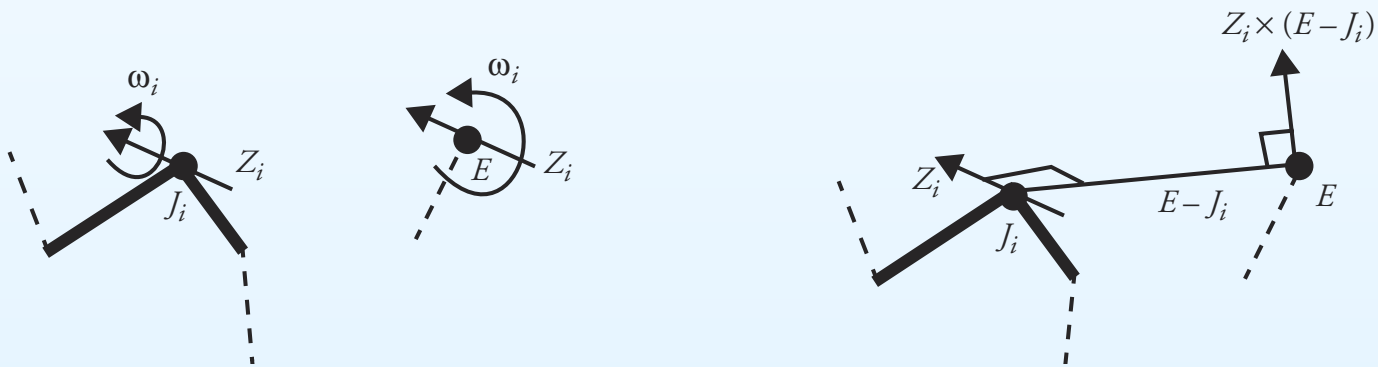
Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Prędkość kątowa i liniowa

- W łańcuchu kinematycznym za zmienne wybiera się parametry par kinematycznych
- Za funkcję — współrzędne efektora

$$\dot{Y} = J(\theta)\dot{\theta}$$

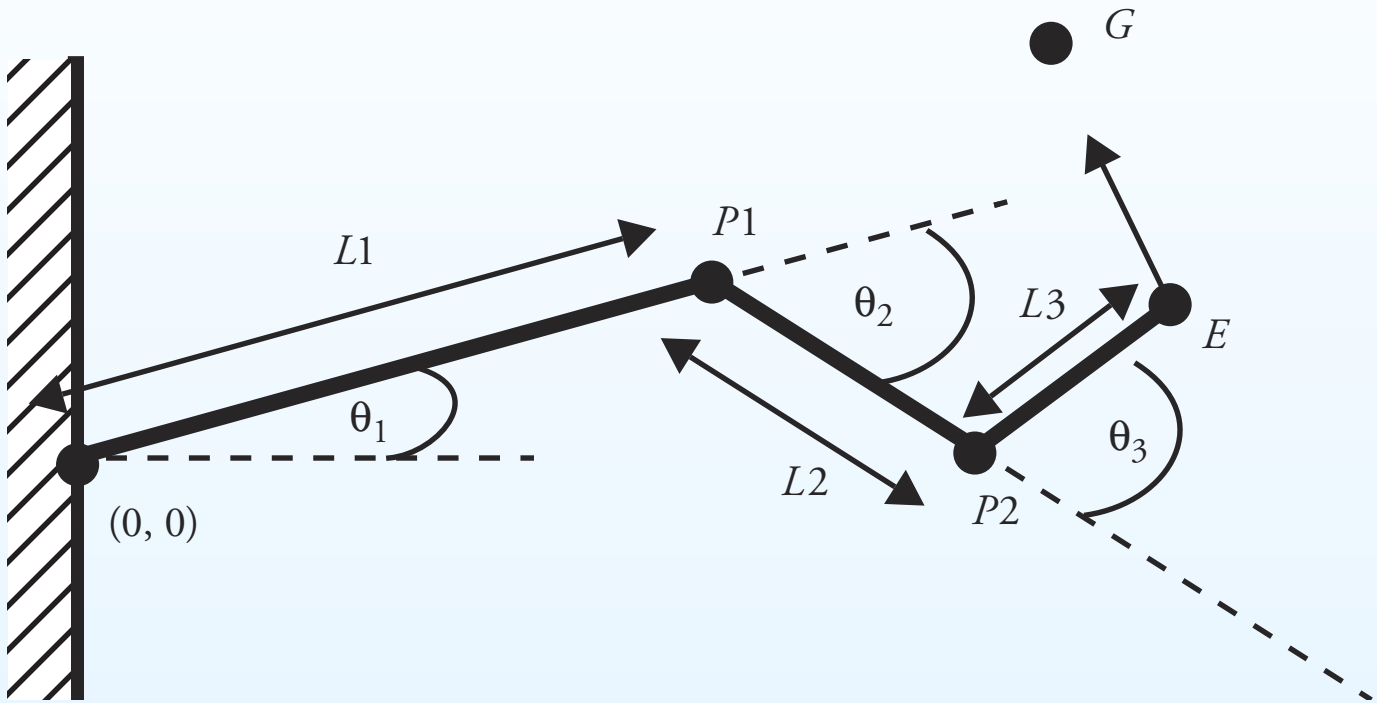
- Poszukiwane jest rozwiązanie przybliżone



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

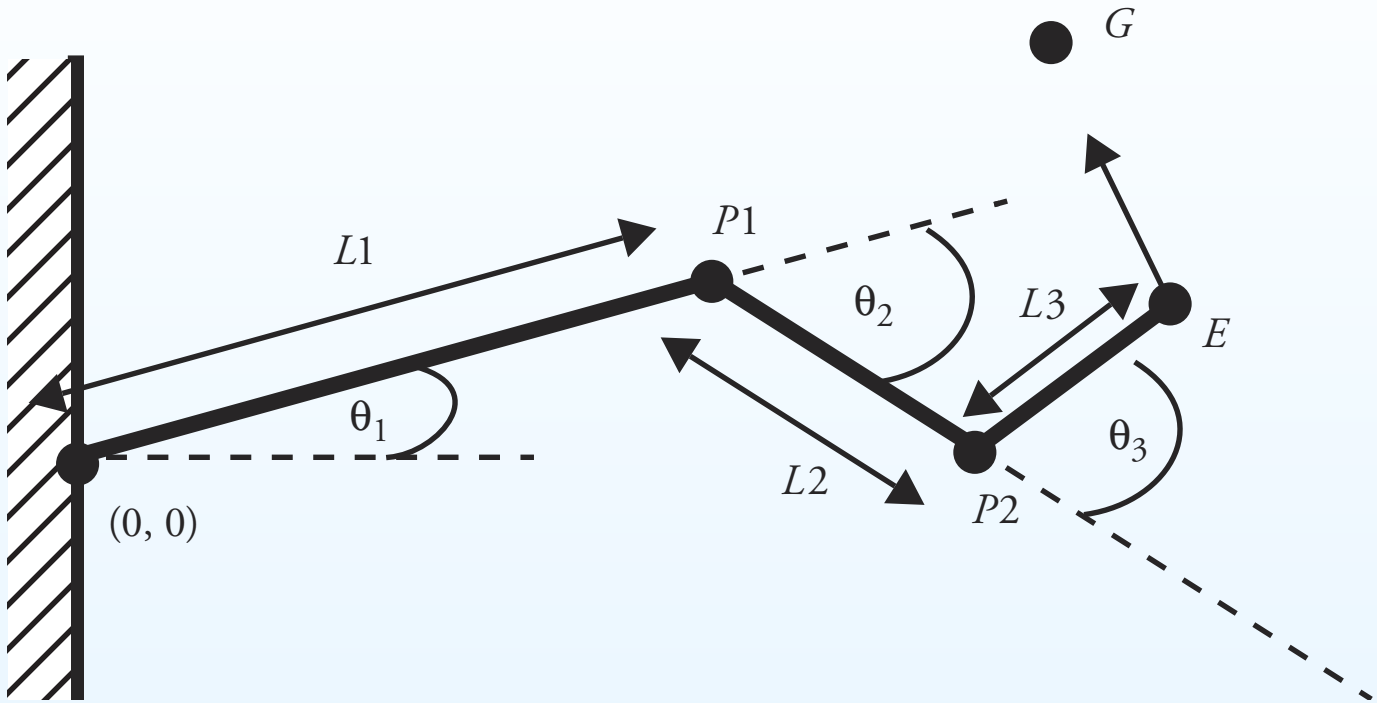
Prosty przykład

- Trzy płaskie przeguby



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Prędkości

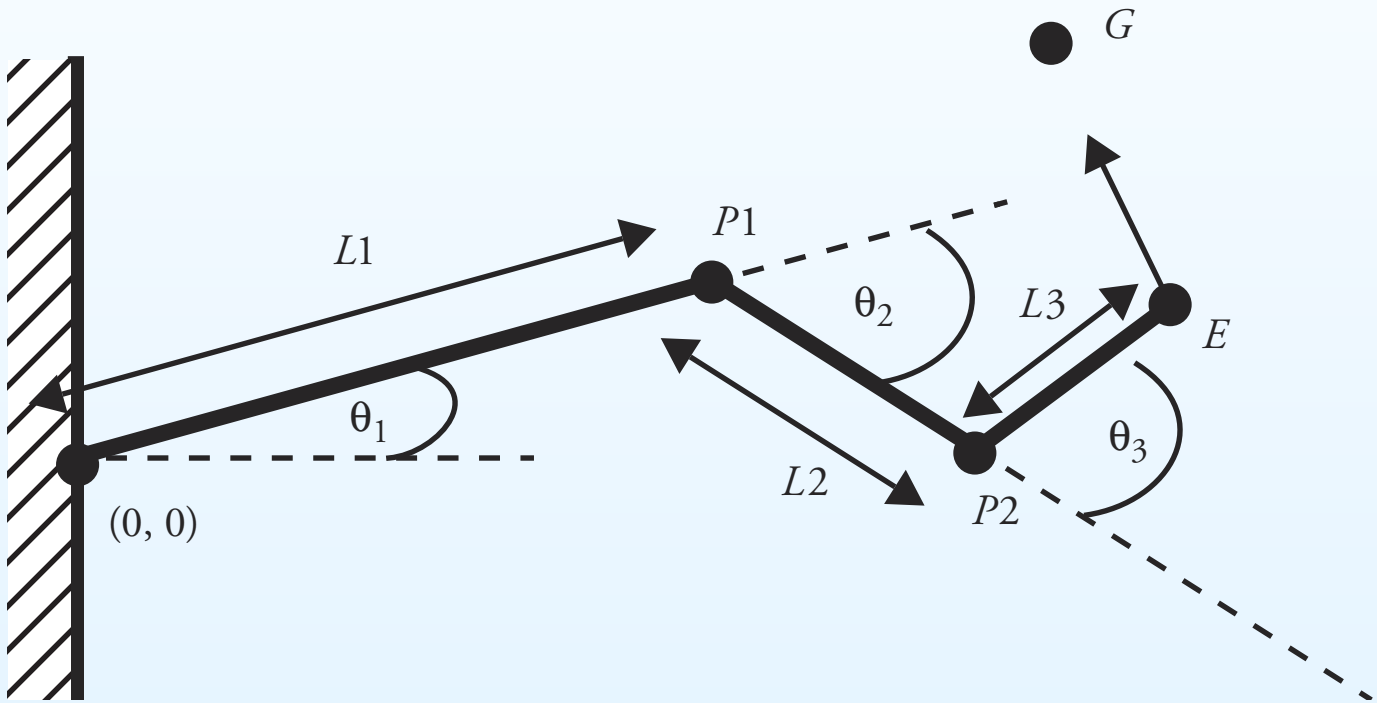


- $V = C - E$
- $V = J\dot{\Theta}$

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Obracanie Jakobianu

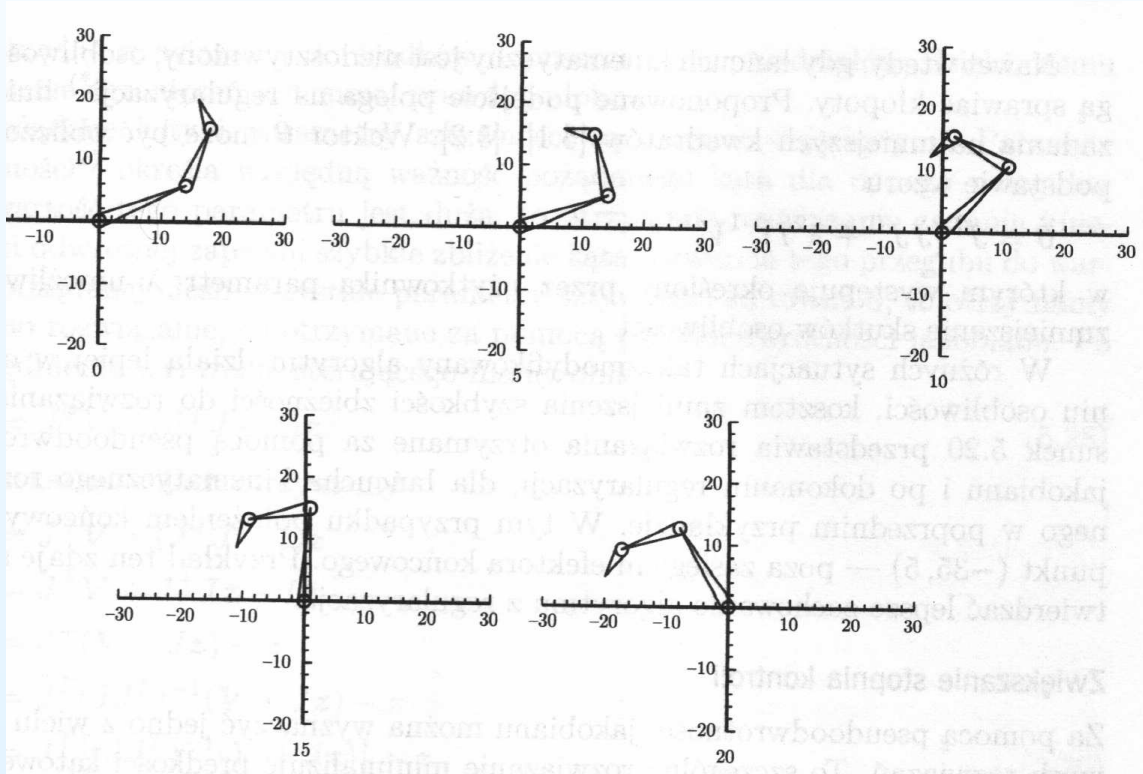
- $V = J\dot{\Theta}$
- $\dot{\Theta} = J^{-1}V$
- Nie zawsze możliwe



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Pseudoodwrotność

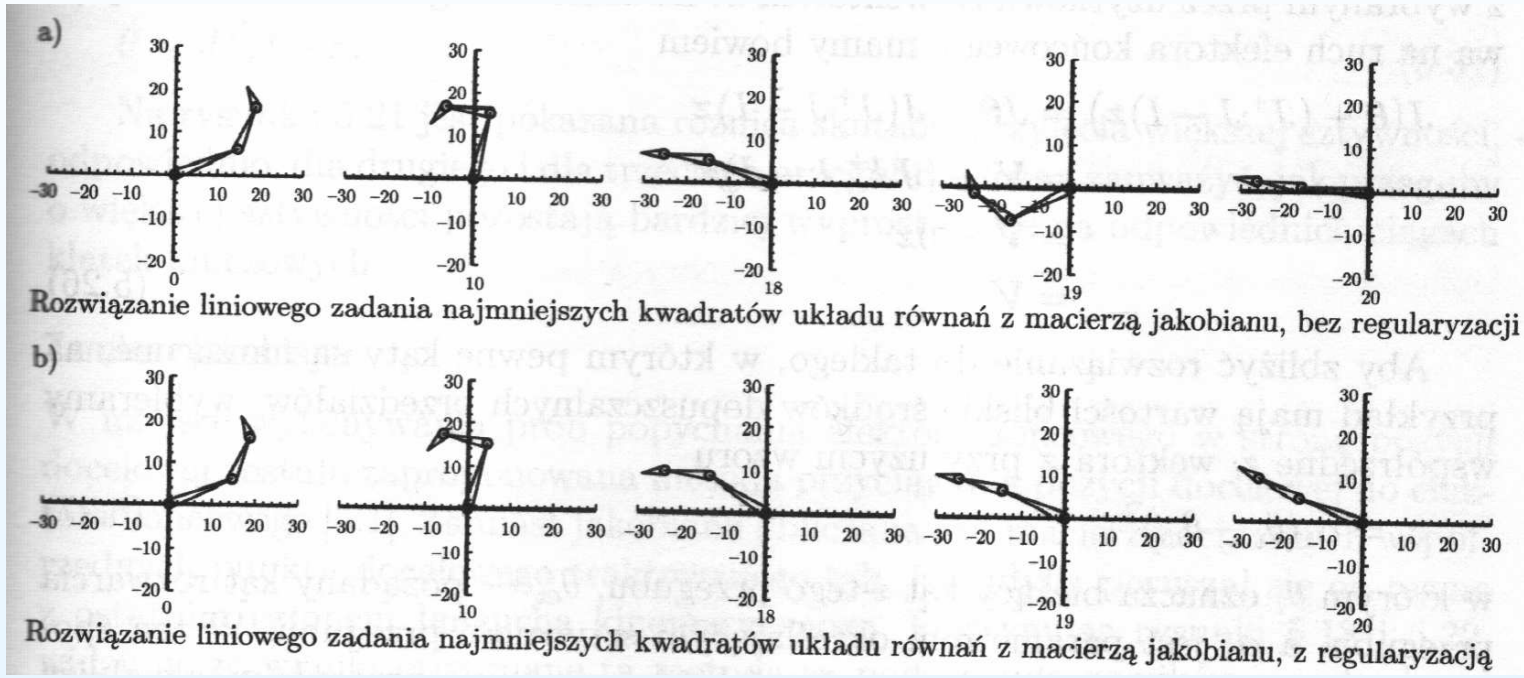
- $J^{\dagger} = J^T (J J^T)^{-1}$
- $\dot{\Theta} = J^{\dagger} V$
- Macierz *wierszowo regularna*



Regularyzacja

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

- $\dot{\Theta} = J^T(JJ^T + \lambda^2 I)^{-1}V$



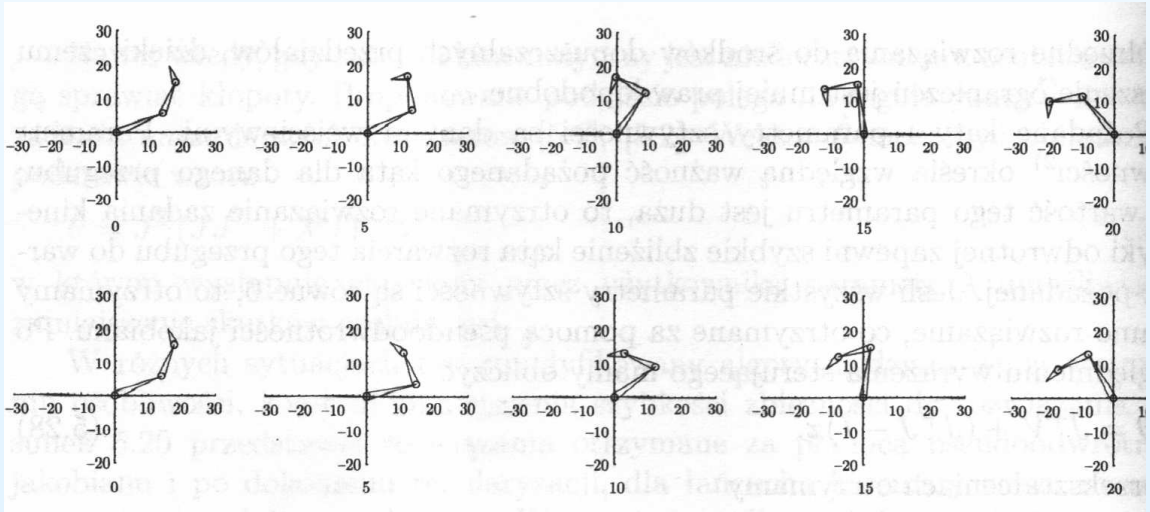
Rozwiązanie liniowego zadania najmniejszych kwadratów układu równań z macierzą jakobianu, bez regularyzacji

Rozwiązanie liniowego zadania najmniejszych kwadratów układu równań z macierzą jakobianu, z regularyzacją

Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Zwiększanie stopnia kontroli

- $\dot{\Theta} \mapsto \dot{\Theta} + (J^{\dagger}J - I)z$
- z — parametr sterujący
  - $z_i = \alpha_i(\theta_i - \theta_{ci})^2$
    - α_i — parametr sztywności przegubu
      - $0{,}1, 0{,}5, 0{,}1$ oraz $0{,}1, 0{,}1, 0{,}5$



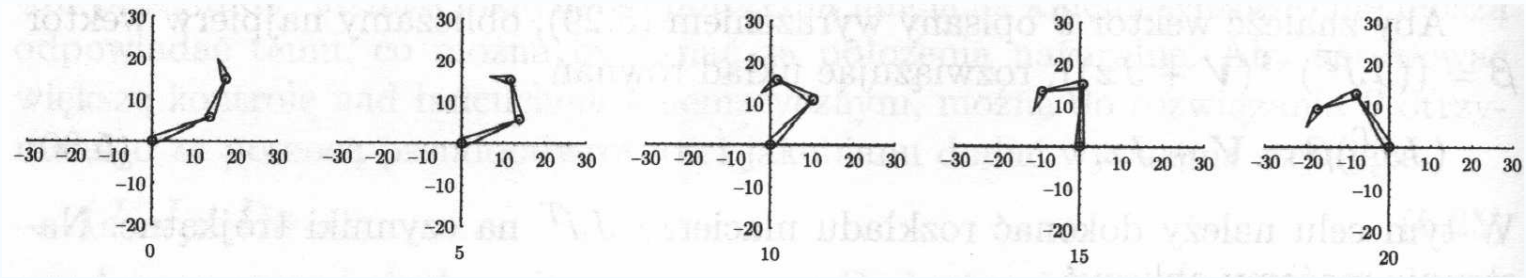
Przesuwanie punktu docelowego

Wprowadzenie

Kinematyka prosta

Kinematyka odwortna

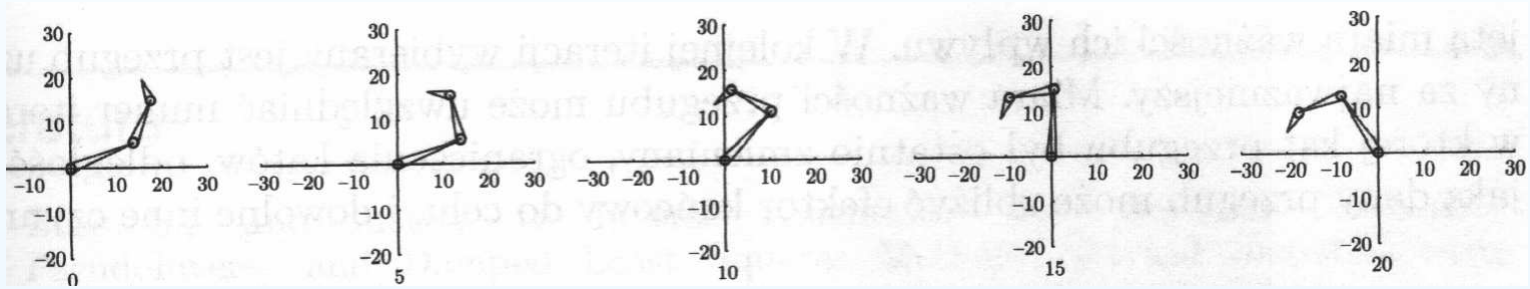
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne



Wprowadzenie
Kinematyka prosta
Kinematyka odwortna
- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

Użycie J^T

- $\dot{\Theta} = \alpha J^T V$
- α — parametr sterujący

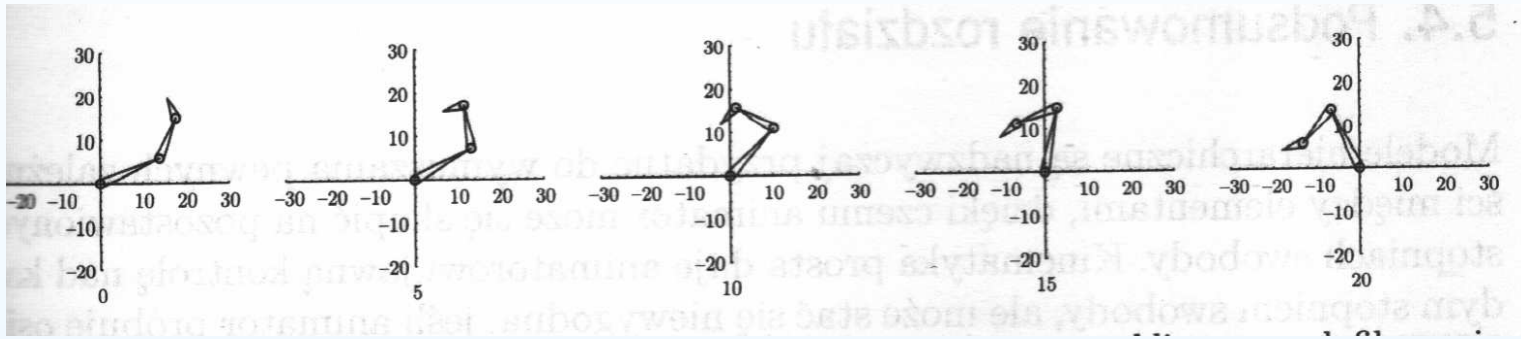


Cykliczne modyfikowanie współrzędnych

Wprowadzenie

Kinematyka prosta

Kinematyka odwortna

- Analitycznie
- Jakobian
- Rozwiązanie numeryczne

- Kolejno przetworzane przeguby