

Modelowanie i wizualizowanie 3W-grafiki

Radiosity (metoda energetyczna)

Alexander Denisjuk

`denisjuk@matman.uwm.edu.pl`

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

Wydział Matematyki i Informatyki

ul. Żołnierska 14

10-561 Olsztyn

Radiosity (metoda energetyczna)

Najnowsza wersja tego dokumentu dostępna jest pod adresem

<http://matman.uwm.edu.pl/~denisjuk/>

Radiosity



Podział na płyty

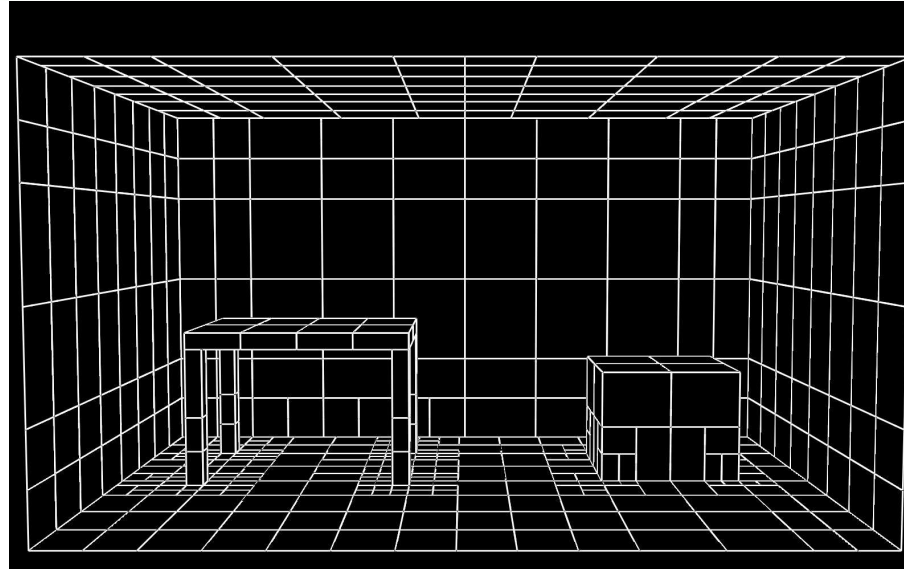


Figure XI.1: The patches used to render the radiosity scene of figures XI.2 and XI.3. See color plate C.13.

Cieniowanie płaskie

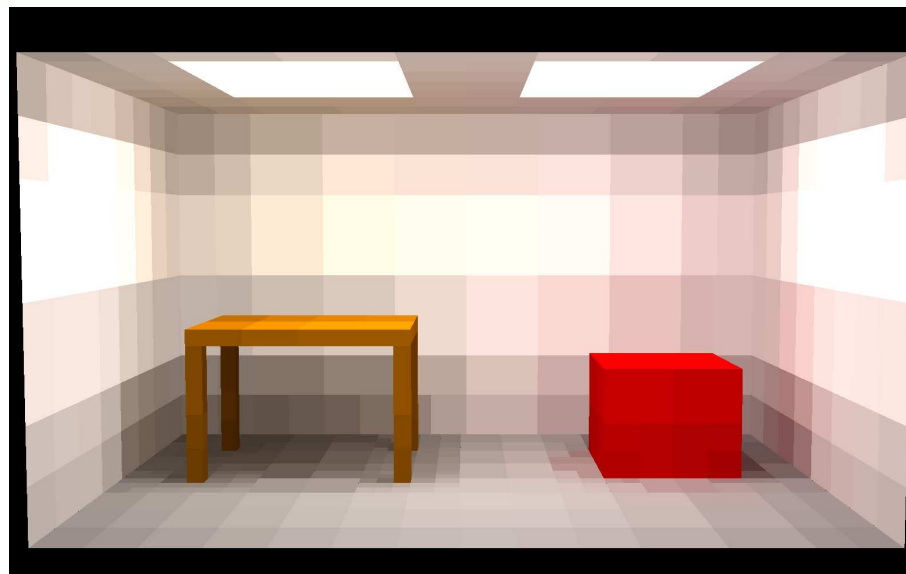


Figure XI.2: A radiosity rendered figure, with flat shading. It is evident that this image is based on the patches shown in figure XI.1. See color plate C.14.

Cieniowanie z interpolacją



Figure XI.3: A radiosity rendered figure, with smooth shading of illumination. The red color of the box is reflected onto the nearby walls, giving them a slight reddish hue. This is based on the patches shown in figure XI.1. See color plate C.15.

Podział na płaty

1. równomiernie oświetlone
 2. wystarczająco małe
 3. zużycia pamięci, obliczalna skompikowalność: $O(n^2)$
- ⑥ Wybrano płaty P_1, \dots, P_n o polach powierzchni A_1, \dots, A_n .
 - ⑥ B_i jest średnim światłem promieniowanym przez płat P_i .
 - ⑥ $B_i = E_i + R_i \cdot B_i$

Współczynnik sprzężenia optycznego

- ⑥ $F_{i,j}$ — ilość światła, przekazywanego z płata P_i .
- ⑥ $F_{i,i} = 0$.

Radiosity equation

- Całkowite światło emitowane z P_j : $A_j B_j$.
- Całkowite światło padające na P_i : $A_i B_i^{\text{in}}$.
- $A_i B_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^n F_{j,i} A_j B_j$.
- Równanie wzajemności: $A_i F_{i,j} = A_j F_{j,i}$.
- $B_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^n F_{i,j} B_j$.
- Równanie radiosity: $B_i = E_i + R_i \sum_{j=1}^n F_{i,j} B_j$.

Radiosity equation

$$\textcircled{6} \quad B = E + MB.$$

$$\textcircled{6} \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{pmatrix}.$$

$$\textcircled{6} \quad M = (R_i F_{i,j}).$$

$$\textcircled{6} \quad (I - M)B = E \Rightarrow B = (I - M)^{-1}E.$$

Algorytm radiosity

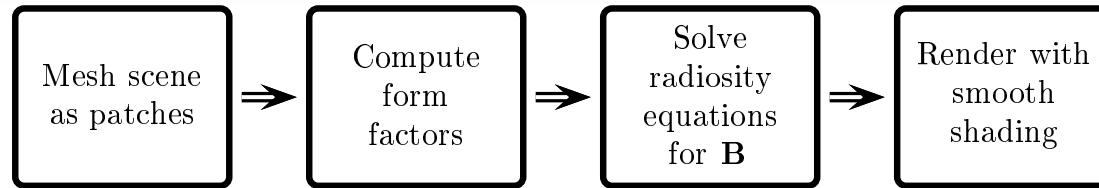


Figure XI.4: The four stages of the radiosity algorithm

Obliczenie współczynników sprzężenia optycznego

⑥ $F_{i,j} \in [0, 1], \sum_{j=1}^n F_{i,j} = 1.$

⑥ $F_{1,2} \approx 0, F_{2,1} \approx 1.$

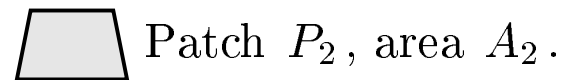


Figure XI.5: A large patch and small patch.

Obliczenie współczynników sprężenia optycznego

- ⑥ $\varphi_i, \varphi_j < 90^\circ$.
- ⑥ pole rzutu P_j na sferę jednostkową w P_i : $\cos \varphi_j A_j / d^2$.
- ⑥ część pola rzutu P_j : $\frac{(\cos \varphi_j) A_j}{2\pi d^2}$.

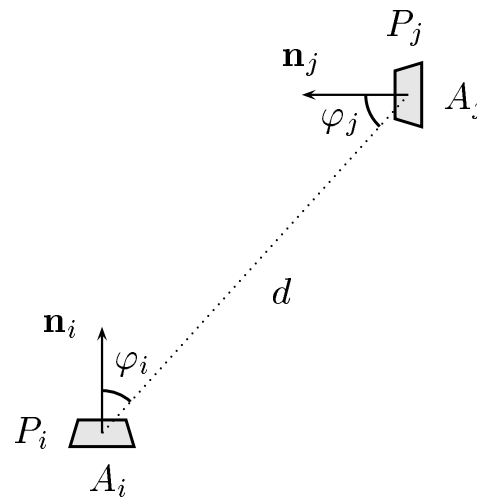


Figure XI.6: Two infinitesimally small patches P_i and P_j with areas A_i and A_j . The normals to the patches are \mathbf{n}_i and \mathbf{n}_j .

Obliczenie współczynników sprężenia optycznego

- ⑥ $F_{i,j} \sim \cos \varphi_i \frac{(\cos \varphi_j) A_j}{2\pi d^2}.$
- ⑥ Całkowita ilość emitowanego światła jest 1.
- ⑥ $\int_{S_i+} \cos \varphi dA = \int_0^{\pi/2} \cos \varphi (2\pi \sin \varphi) d\varphi = \pi.$
- ⑥ $F_{i,j} = \cos \varphi_i \frac{(\cos \varphi_j) A_j}{\pi d^2} \Rightarrow F_{i,j} A_i = F_{j,i} A_j.$

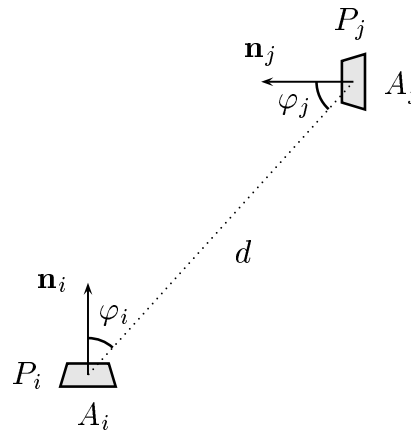


Figure XI.6: Two infinitesimally small patches P_i and P_j with areas A_i and A_j . The normals to the patches are \mathbf{n}_i and \mathbf{n}_j .

Ograniczenia



- ⑥ Płaty są małe w porównaniu do g .
- ⑥ Nie uwzględnia się widoczność płat.

Widoczność płat. Ray tracing



- ⑥ $F_{i,j} = V_{i,j} \cos \varphi_i \frac{(\cos \varphi_j) A_j}{\pi d^2}$.
- ⑥ $V_{i,j}$ — współczynnik widoczności.
- ⑥ $V_{i,j} = V_{j,i}$.
- ⑥ jittering (fluktuacje).

Współczynniki sprzężenia optycznego. Hemicube method

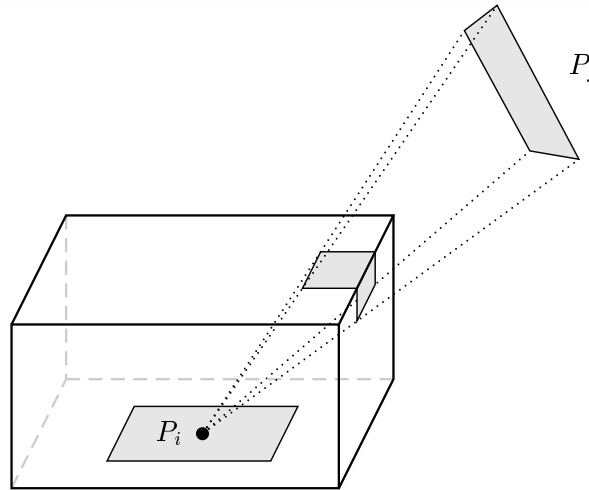


Figure XI.7: Projection onto a hemicube.

- ⑥ P_j zastąpiony przez projekcję.
- ⑥ Z-buffer. Sprzętowa akceleracja.
- ⑥ $F_{i,j} = \sum_{\text{pixele } P_j} \text{część światła } P_i$.

Hemicube method

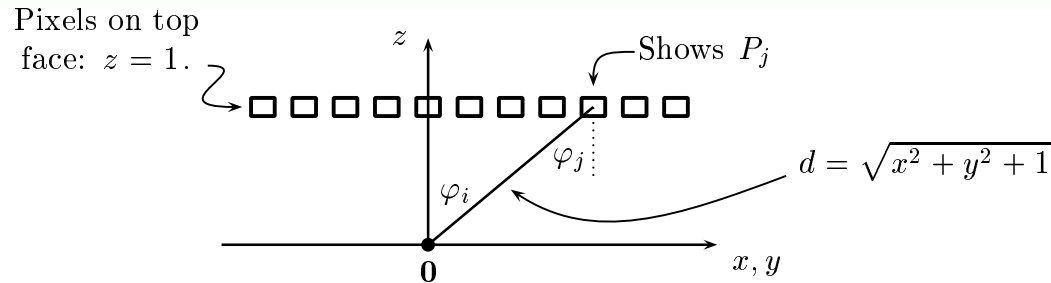


Figure XI.8: A row of pixels along the top of the hemicube. One pixel shows patch P_j . The origin is placed at the center of patch P_i . The top of the cube is the $z = 1$ plane.

- ⑥ $\cos \varphi_i = \cos \varphi_j = 1/d.$
- ⑥ $F_{i,j} = \sum_{\text{pixel } P_j} \frac{(1/d)(1/d)\langle \text{Pole pixel} \rangle}{\pi d^2}.$
- ⑥ $F_{i,j} = \sum_{\text{pixel } P_j} \frac{\langle \text{Pole pixel} \rangle}{\pi d^4}.$

Hemicube method

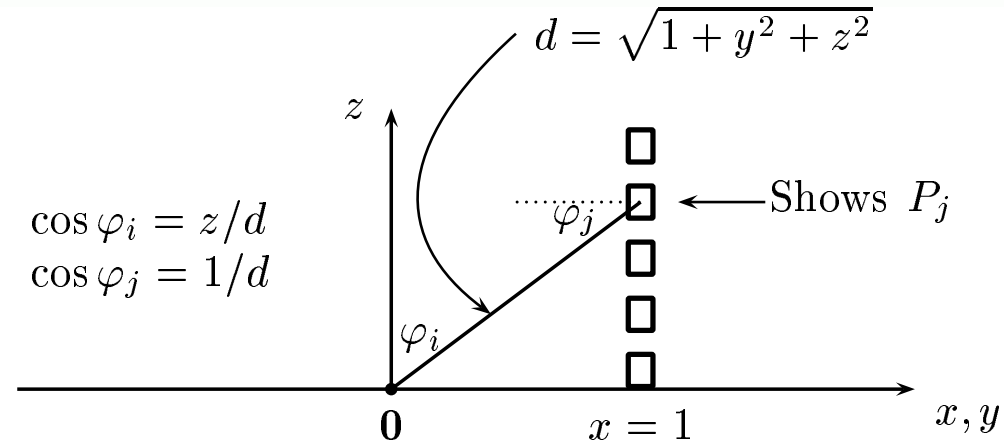


Figure XI.9: A row of pixels along the $x = 1$ side of the hemicube.

$$F_{i,j} = \sum_{\text{pixels}} P_j \frac{z \langle \text{Pole pixel} \rangle}{\pi d^4}.$$

Równanie radiosity. Metody iteracyjne

- ⑥ $(I - M)B = E.$
- ⑥ $B = (I - M)^{-1}E$, metody bezpośrednie $O(n^3)$.

Lemat 1. Niech M będzie macierzą równania radiosity. Wtedy

1. $m_{i,j} \geq 0$,
 2. $0 \leq \text{MaxRowSum}(M) < 1$,
 3. $\text{MaxRowSum}(M^k) < (\text{MaxRowSum}(M))^k$, $k = 1, 2, \dots$,
- gdzie $\text{MaxRowSum}(M) = \max_i \sum_j m_{i,j}$.

Równanie radiosity

Wniosek 2. Niech M będzie macierzą równania radiosity. Wtedy

1. $I - M$ jest macierzą odwracalną,
2. $(I - M)^{-1} = I + M + M^2 + \dots$

$$B \approx (I + M + \dots + M^k)E$$

Metoda Jacobiego

```
// Bnew, B, E są wektorami
// m jest macierzą
B=E;
while (not osiągnięta dokładność){
    for (i=1;i<=n;i++){
        Bnew[i]=E[i]+ $\sum_{j=1}^n m[i,j]*B[j]$ ;
    }
    B=Bnew;
}
```

Metoda Gaussa-Seidla

```
// Bnew, B, E są wektorami
// m jest macierzą
B=E;
while (not osiągnięta dokładność){
    for (i=1;i<=n;i++){
        B[i]=E[i]+ $\sum_{j=1}^n m[i,j]*B[j]$ ;
    }
}
```

Metoda Strzałów

```
// B, ΔB, E są wektorami, m jest macierzą
B=0;
ΔB=E;
while (not osiągnięta dokładność){
    wybierz j tak, żeby maksymalizować
        ΔB[j]*A_j;
    B[j]+=ΔB[j];
    for (i=1;i<=n;i++){
        ΔB[i]=ΔB[i]+ $\sum_{j=1}^n m[i,j]*\Delta B[j]$ ;
    }
    ΔB[j]=0;
    B+=ΔB;
}
```